

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG THPT THANH LỘC

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II NĂM HỌC 2022 - 2023
MÔN: TOÁN – KHỐI 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

(Đề thi có 2 trang)

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1: (1,5 điểm) Tính các giới hạn sau:

a. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 5x^2 - 3x + 27}{3x^2 + x - 30}$

b. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x+5} - 3}{x^2 - 7x + 10}$

c. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 16x - 1} - 2x)$

Bài 2: (1,5 điểm)

a. Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 8x + 5 & \text{khi } x > 1 \\ \sqrt{x+3} - 2 & \text{khi } x > 1 \\ x^4 + 2x^2 - 11 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$ tại $x_0 = 1$

b. Tìm a để hàm số $f(x)$ sau liên tục tại $x_0 = -2$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^3 - x^2 - 5x + 10}{x^2 + 3x + 2} & \text{khi } x \neq -2 \\ ax - 11 & \text{khi } x = -2 \end{cases}$$

Bài 3: (1,5 điểm) Tìm đạo hàm các hàm số sau:

a. $y = x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 7x + 2022$;

b. $y = \frac{3x - 2}{x^2 - 5x + 4}$;

c. $y = (3x - 1)\sqrt{x^2 + 3x - 7}$.

Bài 4: (2,25 điểm)

a. Cho hàm số $y = x^4 - 6x^2 + 5$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$.

b. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 14x + 1$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $d: y = 10x - 27$.

c. Cho hàm số $y = \frac{3x+1}{x-2}$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến đó vuông góc với đường thẳng $d: y = \frac{1}{7}x - 9$.

Bài 5: (3,25 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$.

- a. Chứng minh rằng $BC \perp (SAB)$.
- b. Chứng minh rằng $(SAD) \perp (SCD)$.
- c. Tính góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$.
- d. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$.
- e. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAD) .

-----HẾT-----



BẢNG PHỔ ĐIỂM VÀ ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Bài 1: Tính các giới hạn sau:

$$\begin{aligned} \text{a. } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 5x^2 - 3x + 27}{3x^2 + x - 30} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x^2 - 2x - 9)}{(x-3)(3x+10)} \quad (0.25\text{đ}) \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 9}{3x+10} \\ &= -\frac{6}{19} \quad (0.25\text{đ}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x+5} - 3}{x^2 - 7x + 10} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x+5-9}{(x-2)(x-5)(\sqrt{2x+5}+3)} \quad (0.25\text{đ}) \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{(x-5)(\sqrt{2x+5}+3)} \\ &= -\frac{1}{9} \quad (0.25\text{đ}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 16x - 1} - 2x) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 + 16x - 1 - 4x^2}{x\sqrt{4 + \frac{16}{x} - \frac{1}{x^2}} + 2x} \quad (0.25\text{đ}) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{16 - \frac{1}{x}}{\sqrt{4 + \frac{16}{x} - \frac{1}{x^2}} + 2} \\ &= 4 \quad (0.25\text{đ}) \end{aligned}$$

Bài 2:

a. Xét tính liên tục của hàm số

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 8x + 5 & (x > 1) \\ \sqrt{x+3} - 2 & (x = 1) \\ x^4 + 2x^2 - 11 & (x \leq 1) \end{cases} \text{ tại } x_0 = 1$$

- $f(1) = -8 = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ (0.25đ)
- $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x^2 - 8x + 5}{\sqrt{x+3} - 2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(3x-5)(\sqrt{x+3} + 2)}{x+3-4}$
 $= \lim_{x \rightarrow 1^+} (3x-5)(\sqrt{x+3} + 2) = -8$ (0.25đ)

Do $f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -8$

Vậy: hàm số liên tục tại $x_0 = 1$ (0.25đ)

b. Tìm a để hàm số liên tục tại $x_0 = -2$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^3 - x^2 - 5x + 10}{x^2 + 3x + 2} & (x \neq -2) \\ ax - 11 & (x = -2) \end{cases}$$

- $f(-2) = -2a - 11$
- $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^3 - x^2 - 5x + 10}{x^2 + 3x + 2}$ (0.25đ)
 $= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x-2)(2x^2 - 5x + 5)}{(x+2)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 - 5x + 5}{x+1} = -23$

ycbt $\Leftrightarrow f(-2) = \lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ (0.25đ)

$\Leftrightarrow a = 6$ (0.25đ)

Bài 3: Đạo hàm của các hàm số sau:

a. $y = x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 7x + 2022$

$\Rightarrow y' = (x^4)' - (3x^3)' + (4x^2)' - (7x)' + (2022)'$ (0.25đ)

$y' = 4x^3 - 9x^2 + 8x - 7$ (0.25đ)

b. $y = \frac{3x-2}{x^2-5x+4}$

$y' = \frac{(3x-2)'(x^2-5x+4) - (3x-2)(x^2-5x+4)'}{(x^2-5x+4)^2}$

(0.25đ)

$$= \frac{-3x^2 + 4x + 2}{(x^2 - 5x + 4)^2} \quad (0.25d)$$

c. $y = (3x-1)\sqrt{x^2+3x-7}$

$$y' = (3x-1)' \sqrt{x^2+3x-7} + (3x-1)(\sqrt{x^2+3x-7})'$$

$$= 3\sqrt{x^2+3x-7} + \frac{2x+3}{2\sqrt{x^2+3x-7}}(3x-1) \quad (0.25d)$$

$$= \frac{12x^2 + 25x - 45}{2\sqrt{x^2 + 3x - 7}} \quad (0.25d)$$

Bài 4:

a) Cho hàm số $y = x^4 - 6x^2 + 5(C)$.

✓ $x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = -3 \quad (0.25d)$

✓ $y' = 4x^3 - 12x$

✓ $k = y'(2) = 8 \quad (0.25d)$

Pttt: $y = 8x - 19 \quad (0.25d)$

b) Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 14x + 1(C)$.

✓ $y' = 3x^2 + 6x - 14$

✓ $d: y = 10x - 27 \Rightarrow k_d = 10$

✓ Gọi Δ là tiếp tuyến tại điểm $M(x_0; y_0)$

Ta có: $\Delta // d$

$\Leftrightarrow k_{\Delta} = k_d = 10$

$\Leftrightarrow 3x_0^2 + 6x_0 - 24 = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ x_0 = -4 \end{cases} \quad (0.25d)$

✓ Với $x_0 = 2, y_0 = -7, k = 10$

Pttt: $y = 10x - 27$ (loại) $(0.25d)$

✓ Với $x_0 = -4, y_0 = 41, k = 10$

Pttt: $y = 10x + 81$ (nhận) (0.25đ)

c) Cho hàm số $y = \frac{3x+1}{x-2}$ C

✓ $y' = \frac{-7}{x-2}^2$

✓ $d: y = \frac{1}{7}x - 9 \Rightarrow k_d = \frac{1}{7}$

✓ Gọi Δ' là tiếp tuyến tại điểm M $x_0; y_0$

Ta có: $\Delta' \perp d$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow k_{\Delta'} \cdot k_d &= -1 \\ \Leftrightarrow k_{\Delta'} &= -7 \\ \Leftrightarrow \frac{-7}{x_0 - 2} &= -7 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 3 \\ x_0 = 1 \end{cases} \quad (0.25đ)$$

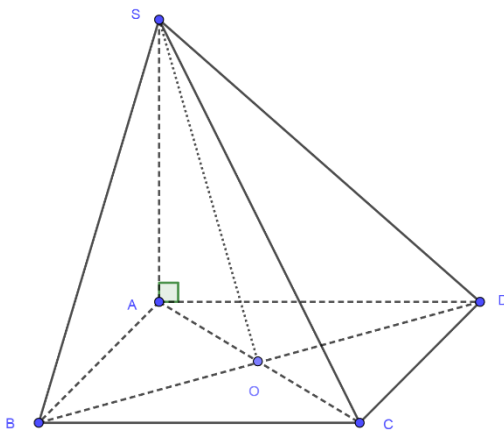
✓ Với $x_0 = 3, y_0 = 10, k = -7$

Pttt: $y = -7x + 31$ (0.25đ)

✓ Với $x_0 = 1, y_0 = -4, k = -7$

Pttt: $y = -7x + 3$ (0.25đ)

Bài 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy hình chữ nhật, $AB = a, AD = a\sqrt{3}, SA = a\sqrt{3}$



a. Chứng minh: $BC \perp (SAB)$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} BC \perp SA (SA \perp (ABCD)) \\ BC \perp AB \\ (SAB): SA \cap AB = A \end{cases} \quad (0.25đ)$$

$$\text{Vậy: } BC \perp (SAB) \quad (0.25đ)$$

b. Chứng minh: $(SCD) \perp (SAD)$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} CD \perp SA (SA \perp (ABCD)) \\ CD \perp AD \\ (SAD): SA \cap AD = A \end{cases}$$

$$\text{Nên } CD \perp (SAD) \quad (0.25đ)$$

$$\text{Mà } CD \subset (SCD)$$

$$\text{Vậy: } (SCD) \perp (SAD) \quad (0.25đ)$$

c. Tính góc giữa SB và $(ABCD)$.

- $SB \cap (ABCD) = B$
- $SA \perp (ABCD)$ tại A .

Suy ra AB là hình chiếu vuông góc của SB lên $(ABCD)$

Nên góc giữa SB và $(ABCD)$ là góc SBA
(trong tam giác vuông SAB) $(0.25đ)$

Xét ΔSAB vuông tại A có

$$\tan SBA = \sqrt{3} \Rightarrow SBA = 60^\circ \quad (0.5đ)$$

d. Tính góc giữa (SCD) và $(ABCD)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (SCD) \cap (ABCD) = CD \\ (ABCD): AD \perp CD = D \\ (SCD): SD \perp CD = D \end{cases}$$

Suy ra góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ cũng là góc giữa AD và SD , đó là góc SDA (trong tam giác vuông SCD) $(0.25đ)$

$$\text{Xét } \Delta SOA \text{ vuông tại } O: \tan SDA = 1 \Rightarrow SDA = 45^\circ \quad (0.5đ)$$

e. Tính góc giữa SC và (SAD) .

- $SC \cap (SAD) = S$
- $CD \perp (SAD) = D$

Suy ra SD là hình chiếu vuông góc của SC lên (SAD) .

Nên góc giữa SC và (*SAD*) cũng là góc giữa SC và SD, đó là góc *CSD* (trong tam giác vuông SCD) **(0.25đ)**

Xét ΔSCD vuông tại D có

$$\tan CSD = \sqrt{6} \Rightarrow CSD = \arctan \sqrt{6} \quad \text{(0.5đ)}$$

...HẾT...

