

**ĐỀ TỰ LUẬN**

Thời gian làm bài: 60 phút, không kể thời gian phát đề  
(Đề thi có 1 trang)

**Câu 1** (2 điểm): Cho  $\sin x = \frac{5}{13}$  và  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ . Tính  $\cos x, \tan x, \sin 2x, \cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)$ .

**Lời giải**

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{5}{13}\right)^2 + \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow \cos^2 x = \frac{144}{169} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{12}{13} \\ \cos x = -\frac{12}{13} \end{cases}$$

Vì  $\frac{\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow \cos x = -\frac{12}{13}$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{5}{13}}{-\frac{12}{13}} = -\frac{5}{12}$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x = 2 \cdot \frac{5}{13} \cdot \left(-\frac{12}{13}\right) = -\frac{120}{169}$$

$$\cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) = \cos x \cos \frac{3\pi}{2} + \sin x \sin \frac{3\pi}{2} = \left(-\frac{12}{13}\right) \cdot 0 + \frac{5}{13} \cdot (-1) = -\frac{5}{13}$$

**Câu 2** (1 điểm): Chứng minh đẳng thức  $\frac{\tan a}{\sin a} - \frac{\sin a}{\cot a} = \cos a$ .

**Lời giải**

$$VT = \frac{\tan a}{\sin a} - \frac{\sin a}{\cot a} = \frac{\tan a \cdot \cot a - \sin^2 a}{\sin a \cdot \cot a} = \frac{1 - \sin^2 a}{\sin a \cdot \frac{\cos a}{\sin a}} = \frac{\cos^2 a}{\cos a} = \cos a = VP$$

**Câu 3** (1 điểm): Tìm tập xác định của hàm số  $y = \frac{1}{\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)}$ .

**Lời giải**

Điều kiện:  $\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \neq 0 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{3} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{5\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Vậy TXĐ  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Câu 4** (2 điểm): Giải các phương trình sau:

a.  $\tan 3x = -\sqrt{3}$ .

b.  $\tan\left(3x - \frac{\pi}{5}\right) + \tan \frac{3\pi}{7} = 0$ .

c.  $\sin 3x + 2\sin x \cos x = 0$ .

**Lời giải**

a.  $\tan 3x = -\sqrt{3}$ .

$$\Leftrightarrow \tan 3x = \tan\left(\frac{-\pi}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow 3x = \frac{-\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{-\pi}{9} + \frac{k\pi}{3}, (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy  $S = \left\{ \frac{-\pi}{9} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

b.  $\tan\left(3x - \frac{\pi}{5}\right) + \tan \frac{3\pi}{7} = 0$ .

$$\tan\left(3x - \frac{\pi}{5}\right) = -\tan \frac{3\pi}{7} \Leftrightarrow \tan\left(3x - \frac{\pi}{5}\right) = \tan\left(\frac{-3\pi}{7}\right) \Leftrightarrow 3x - \frac{\pi}{5} = \frac{-3\pi}{7} + k\pi$$

$$\Leftrightarrow 3x = -\frac{8\pi}{35} + k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{8\pi}{105} + \frac{k\pi}{3}, (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy  $S = \left\{ -\frac{8\pi}{105} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

c.  $\sin 3x + 2\sin x \cos x = 0$ .

$$\sin 3x + \sin 2x = 0 \Leftrightarrow \sin 3x = -\sin 2x \Leftrightarrow \sin 3x = \sin(-2x)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = -2x + k2\pi \\ 3x = \pi + 2x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{k2\pi}{5} \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

**Câu 5** (1 điểm): Hằng ngày, mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu  $h$ (m) của mực nước trong kênh tính theo thời gian  $t$  (giờ) trong một ngày ( $0 \leq t < 24$ ) cho bởi công thức  $h = \cos\left(t \frac{\pi}{6} + 2\pi\right) + 5$ . Hỏi trong ngày vị trí nước xuống mức thấp nhất là mấy giờ?

**Lời giải**

$$-1 \leq \cos\left(t \frac{\pi}{6} + 2\pi\right) \leq 1$$

$$\Leftrightarrow 4 \leq \cos\left(t \frac{\pi}{6} + 2\pi\right) + 5 \leq 6$$

$$\Leftrightarrow 4 \leq h(t) \leq 6$$

Trong ngày vị trí nước xuống mức thấp nhất là  $h(t) = 4$  khi

$$\cos\left(t \frac{\pi}{6} + 2\pi\right) = -1 \Leftrightarrow t \frac{\pi}{6} + 2\pi = \pi + k2\pi \Leftrightarrow t \frac{\pi}{6} = -\pi + k2\pi \Leftrightarrow t = -6 + 12k, (k \in \mathbb{Z})$$

$$0 \leq t < 24 \Leftrightarrow 0 \leq -6 + 12k < 24 \Leftrightarrow 6 \leq 12k < 30 \Leftrightarrow \frac{1}{5} \leq k < \frac{5}{2}$$

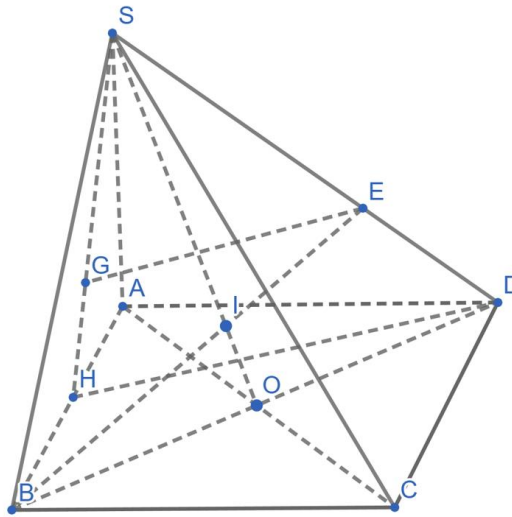
$$\text{Vì } k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{1; 2\}$$

Vậy các thời điểm vị trí nước xuống mức thấp nhất là  $t = 6$  giờ,  $t = 18$  giờ.

**Câu 6** (3 điểm): Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $SAB$ . Điểm  $E$  trên cạnh  $SD$  sao cho  $SE = 2ED$ .

- Tìm giao tuyến của 2 mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$ .
- Tìm giao điểm của  $BE$  và mp $(SAC)$ .
- Chứng minh rằng  $GE \parallel (ABCD)$ .

**Lời giải**



- Tìm giao tuyến của 2 mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$ .

$$\begin{cases} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ AD \parallel BC \\ AD \subset (SAD) \\ BC \subset (SBC) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (SAD) \cap (SBC) = Sx \text{ với } Sx \parallel AD \parallel BC.$$

b. Tìm giao điểm của  $BE$  và  $mp(SAC)$ .

$$S \in (SBD) \cap (SAC) \quad (1)$$

Trong  $(ABCD): O = AC \cap BD$

$$\begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \\ O \in BD \subset (SBD) \end{cases}$$

$$\Rightarrow O \in (SAC) \cap (SBD) \quad (2)$$

Từ (1), (2)  $\Rightarrow (SAC) \cap (SBD) = SO$

Trong  $(SBD): I = SO \cap BE$

$$\begin{cases} I \in BE \\ I \in SO \subset (SAC) \end{cases}$$

$$\Rightarrow I = BE \cap (SAC)$$

c. Chứng minh rằng  $GE \parallel (ABCD)$ .

Trong  $(SAB): H = SG \cap AB$

Xét  $\Delta SHD$

$$\text{Ta có: } \frac{SG}{SH} = \frac{SE}{SD} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow GE \parallel HD$$

Ta có:

$$\begin{cases} GE \parallel HD \\ GE \not\subset (ABCD) \\ HD \subset (ABCD) \end{cases} \quad \text{NOVELTY - QUALITY - HUMANITY}$$
$$\Rightarrow GE \parallel (ABCD)$$

**- HẾT -**

*(Học sinh không sử dụng tài liệu. Giáo viên không giải thích gì thêm)*