

TRUNG TÂM LUYỆN THI NHQ KỶ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2022

ĐỀ THI TN THPT NĂM 2022

Bài thi: TOÁN

(Đề thi có 6 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh:

Mã đề thi 101

Số báo danh:

Câu 1: Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 4$ thì $\int_0^2 \left[\frac{1}{2} f(x) + 2 \right] dx$ bằng

- A. 6. B. 8. C. 4. D. 2.

Câu 2: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. a^3 . B. $6a^3$. C. $3a^3$. D. $2a^3$.

Câu 3: Nếu $\int_{-1}^5 f(x)dx = -3$ thì $\int_5^{-1} f(x)dx$ bằng

- A. 5. B. 6. C. 4. D. 3.

Câu 4: Cho $\int f(x)dx = -\cos x + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $f(x) = -\sin x$. B. $f(x) = -\cos x$. C. $f(x) = \sin x$. D. $f(x) = \cos x$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		0	3	0		$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 6$. Đường kính của (S) bằng:

- A. $R = \sqrt{6}$. B. 12. C. $R = 2\sqrt{6}$. D. 3.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(0; 2; -3)$. B. $(1; 0; -3)$. C. $(1; 2; 0)$. D. $(1; 0; 0)$.

Câu 8: Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 3, đáy ABC có diện tích bằng 10. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. 2. B. 15. C. 10. D. 30.

Câu 9: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_2 = 2$. Công bội của cấp số nhân đã cho là:

- A. $q = \frac{1}{2}$. B. $q = 2$. C. $q = -2$. D. $q = -\frac{1}{2}$.

Câu 10: Cho hình trụ có chiều cao $h = 1$ và bán kính $r = 2$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 4π . B. 2π . C. 3π . D. 6π .

Câu 11: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình:

- A. $x = -2$. B. $x = 1$. C. $y = 1$. D. $y = -2$.

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x+1) > 2$ là

- A. $(9; +\infty)$. B. $(25; +\infty)$. C. $(31; +\infty)$. D. $(24; +\infty)$.

Câu 13: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

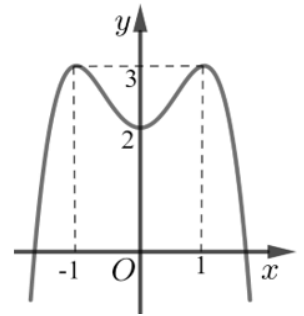
x	$-\infty$	-1		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+
y	$-\infty$		↗ 2		↘ -2	↗ $+\infty$

- A. $y = x^4 - 2x^2$. B. $y = -x^3 + 3x$. C. $y = -x^4 + 2x^2$. D. $y = x^3 - 3x$.

Câu 14: Môđun của số phức $z = 3 + 4i$ bằng

- A. 25. B. $\sqrt{7}$. C. 5. D. 7.

Câu 15: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là



- A. 1.
B. 2.
C. 4.
D. 3.

Câu 16: Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x-4)$ là

- A. $(5; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(4; +\infty)$. D. $(-\infty; 4)$.

Câu 17: Với a là số thực dương tùy ý, $4 \log \sqrt{a}$ bằng

- A. $-2 \log a$. B. $2 \log a$. C. $-4 \log a$. D. $8 \log a$.

Câu 18: Số các tổ hợp chập 3 của 12 phần tử là

- A. 1320. B. 36. C. 220. D. 1728.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$		↗ 2		↘ -2	↗ $+\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:

- A. $x = -2$. B. $x = 2$. C. $x = -1$. D. $x = 1$.

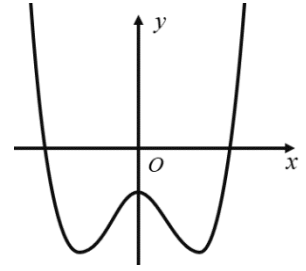
Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oyz) là:

- A. $z = 0$. B. $x = 0$. C. $x + y + z = 0$. D. $y = 0$.

Câu 21: Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 3^{2-x}$ là:

- A. $x = \frac{1}{3}$. B. $x = 0$. C. $x = -1$. D. $x = 1$.

Câu 22: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:



- A. 2.
- B. 3.
- C. 1.
- D. 0.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ x = -1 + 3t \end{cases}$. Vec-tơ nào dưới đây là một vec-tơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_1 = (2; 1; -1)$.
- B. $\vec{u}_2 = (1; 2; 3)$.
- C. $\vec{u}_3 = (1; -2; 3)$.
- D. $\vec{u}_4 = (2; 1; 1)$.

Câu 24: Cho tam giác OIM vuông tại I có $OI = 3$ và $IM = 4$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành hình nón có độ dài đường sinh bằng

- A. 7.
- B. 3.
- C. 5.
- D. 4.

Câu 25: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 7i$ có tọa độ là

- A. $(2; 7)$.
- B. $(-2; 7)$.
- C. $(2; -7)$.
- D. $(-7; 2)$.

Câu 26: Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = 1 - i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A. $5 + i$.
- B. $3 + 2i$.
- C. $1 + 4i$.
- D. $3 + 4i$.

Câu 27: Cho hàm số $f(x) = e^x + 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x)dx = e^x + x^2 + C$.
- B. $\int f(x)dx = e^x + C$.
- C. $\int f(x)dx = e^x - x^2 + C$.
- D. $\int f(x)dx = e^x + 2x^2 + C$.

Câu 28: Đạo hàm của hàm số $y = x^{-3}$ là

- A. $y' = -x^{-4}$.
- B. $y' = -\frac{1}{2}x^{-2}$.
- C. $y' = -\frac{1}{3}x^{-4}$.
- D. $y' = -3x^{-4}$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(3; 0; 1)$ và $C(2; 2; -2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{3}$.
- B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$.
- C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{-1}$.
- D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.

Câu 30: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng

- A. -12.
- B. 10.
- C. 15.
- D. -1.

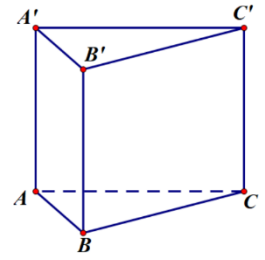
Câu 31: Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y = \log[(6-x)(x+2)]$?

- A. 7.
- B. 8.
- C. 9.
- D. Vô số.

Câu 32: Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 6 = 0$. Khi đó $z_1 + z_2 + z_1 z_2$ bằng:

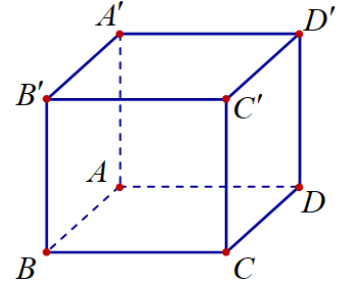
- A. 7.
- B. 5.
- C. -7.
- D. -5.

Câu 33: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AC = 2$, $AB = \sqrt{3}$ và $AA' = 1$ (tham khảo hình bên). Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng



- A. 30° . B. 45° .
C. 90° . D. 60° .

Câu 34: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = 2a$ và $AA' = 3a$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng



- A. a . B. $\sqrt{2}a$.
C. $2a$. D. $3a$.

Câu 35: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = x^4 - x^2$. B. $y = x^3 - x$. C. $y = \frac{x-1}{x+2}$. D. $y = x^3 + x$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; -3; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 5 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

- A. $2x - y + 3z + 9 = 0$. B. $2x + y + 3z - 3 = 0$.
C. $2x + y + 3z + 3 = 0$. D. $2x - y + 3z - 9 = 0$.

Câu 37: Cho hàm số $f(x) = 1 - \frac{1}{\cos^2 2x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = x + \tan 2x + C$. B. $\int f(x) dx = x + \frac{1}{2} \cot 2x + C$.
C. $\int f(x) dx = x - \frac{1}{2} \tan 2x + C$. D. $\int f(x) dx = x + \frac{1}{2} \tan 2x + C$.

Câu 38: Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn $[40; 60]$. Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục bằng

- A. $\frac{4}{7}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{3}{7}$

Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho với mỗi a có đúng ba số nguyên b thỏa mãn $(3^b - 3)(a \cdot 2^b - 18) < 0$?

- A. 72 B. 73 C. 71 D. 74

Câu 40: Cho hàm số $f(x) = (m-1)x^4 - 2mx^2 + 1$ với m là tham số thực. Nếu $\min_{[0;3]} f(x) = f(2)$ thì

$\max_{[0;3]} f(x)$ bằng

- A. $-\frac{13}{3}$. B. 4. C. $-\frac{14}{3}$. D. 1.

Câu 41: Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} và $\int_0^3 f(x)dx = F(3) - G(0) + a$ ($a > 0$). Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = F(x)$, $y = G(x)$, $x = 0$ và $x = 3$. Khi $S = 15$ thì a bằng:

- A. 15. B. 12. C. 18. D. 5.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Ox sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) là

- A. $2y + z = 0$. B. $2y - z = 0$. C. $y + z = 0$. D. $y - z = 0$.

Câu 43: Cho hình nón có góc ở đỉnh là 120° và chiều cao bằng 4. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Tính diện tích của (S) bằng:

- A. 64π . B. 256π . C. 192π . D. 96π .

Câu 44: Xét tất cả các số thực x, y sao cho $a^{4x - \log_5 a^2} \leq 25^{40 - y^2}$ với mọi số thực dương a . Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + x - 3y$ bằng

- A. $\frac{125}{2}$. B. 80. C. 60. D. 20.

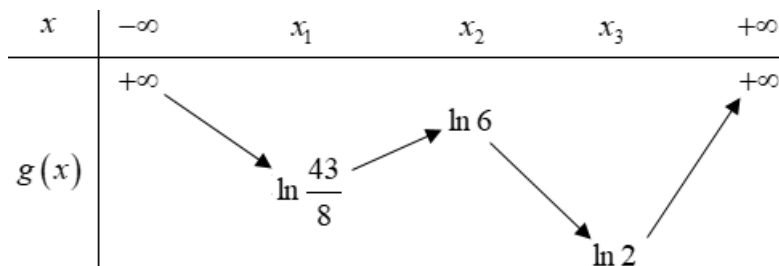
Câu 45: Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 2|z_3| = 2$ và $8(z_1 + z_2)z_3 = 3z_1z_2$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 trên mặt phẳng tọa độ. Diện tích tam giác ABC bằng

- A. $\frac{\sqrt{55}}{32}$. B. $\frac{\sqrt{55}}{16}$. C. $\frac{\sqrt{55}}{44}$. D. $\frac{\sqrt{55}}{8}$.

Câu 46: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = 2a$. Góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng 30° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $3a^3$. B. a^3 . C. $12\sqrt{2}a^3$. D. $4\sqrt{2}a^3$.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $g(x) = \ln f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. (5; 6). B. (4; 5). C. (2; 3). D. (3; 4).

Câu 48: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z^2| = 2|z - \bar{z}|$ và $|(z - 4)(\bar{z} - 4i)| = |z + 4i|^2$?

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(1;3;9)$ bán kính bằng 3. Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc hai trục Ox, Oz sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S) , đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{13}{2}$. Gọi A là tiếp điểm của MN và (S) , giá trị $AM \cdot AN$ bằng

- A. 39. B. $12\sqrt{3}$. C. 18. D. $28\sqrt{3}$.

Câu 50: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |x^4 - 2mx^2 + 64x|$ có đúng ba điểm cực trị

- A. 5. B. 6. C. 12. D. 11.



ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT
BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.D	4.C	5.B	6.C	7.C	8.C	9.B	10.A
11.C	12.D	13.D	14.C	15.B	16.C	17.B	18.C	19.D	20.B
21.A	22.B	23.C	24.C	25.C	26.B	27.A	28.D	29.D	30.C
31.A	32.B	33.A	34.D	35.C	36.D	37.D	38.D	39.D	40.B
41.D	42.D	43.B	44.C	45.B	46.D	47.D	48.A	49.D	50.A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 4$ thì $\int_0^2 \left[\frac{1}{2} f(x) + 2 \right] dx$ bằng
A. 6. **B. 8.** **C. 4.** **D. 2.**

Lời giải

Ta có: $\int_0^2 \left[\frac{1}{2} f(x) + 2 \right] dx = \frac{1}{2} \int_0^2 f(x) dx + \int_0^2 2 dx = 2 + 4 = 6.$

Câu 2: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng
A. a^3 . **B. $6a^3$.** **C. $3a^3$.** **D. $2a^3$.**

Lời giải

Ta có: $V = B.h = 3a^2.2a = 6a^3.$

Câu 3: Nếu $\int_{-1}^5 f(x)dx = -3$ thì $\int_5^{-1} f(x)dx$ bằng
A. 5. **B. 6.** **C. 4.** **D. 3.**

Lời giải

Ta có: $\int_5^{-1} f(x)dx = -\int_{-1}^5 f(x)dx = -(-3) = 3.$

Câu 4: Cho $\int f(x)dx = -\cos x + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
A. $f(x) = -\sin x$. **B. $f(x) = -\cos x$.** **C. $f(x) = \sin x$.** **D. $f(x) = \cos x$.**

Lời giải

Áp dụng công thức $\int \sin x dx = -\cos x + C$. Suy ra $f(x) = \sin x$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$	\searrow	0	\nearrow	3	\searrow	0	\nearrow	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; +\infty)$. **B. $(0; 1)$.** **C. $(-1; 0)$.** **D. $(0; +\infty)$.**

Lời giải

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 6$. Đường kính của (S) bằng:
A. $R = \sqrt{6}$. **B. 12.** **C. $R = 2\sqrt{6}$.** **D. 3.**

Lời giải

Ta có bán kính mặt cầu $R = \sqrt{6}$. suy ra đường kính mặt cầu bằng $2R = 2\sqrt{6}$.

- Câu 7:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là
- A. $(0;2;-3)$. B. $(1;0;-3)$. **C. $(1;2;0)$.** D. $(1;0;0)$.

Lời giải

Do điểm $A(1;2;-3)$ nên hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $(1;2;0)$

- Câu 8:** Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 3, đáy ABC có diện tích bằng 10. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng
- A. 2. B. 15. **C. 10.** D. 30.

Lời giải

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}.10.3 = 10$.

- Câu 9:** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_2 = 2$. Công bội của cấp số nhân đã cho là:

- A. $q = \frac{1}{2}$. **B. $q = 2$.** C. $q = -2$. D. $q = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có $u_2 = u_1.q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = 2$.

- Câu 10:** Cho hình trụ có chiều cao $h = 1$ và bán kính $r = 2$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng
- A. 4π .** B. 2π . C. 3π . D. 6π .

Lời giải

Ta có $S_{xq} = 2\pi rh = 4\pi$.

- Câu 11:** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình:

- A. $x = -2$. B. $x = 1$. **C. $y = 1$.** D. $y = -2$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-1}{2x+4} = 1$ suy ra tiệm cận ngang của đồ là đường thẳng $y = 1$.

- Câu 12:** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x+1) > 2$ là

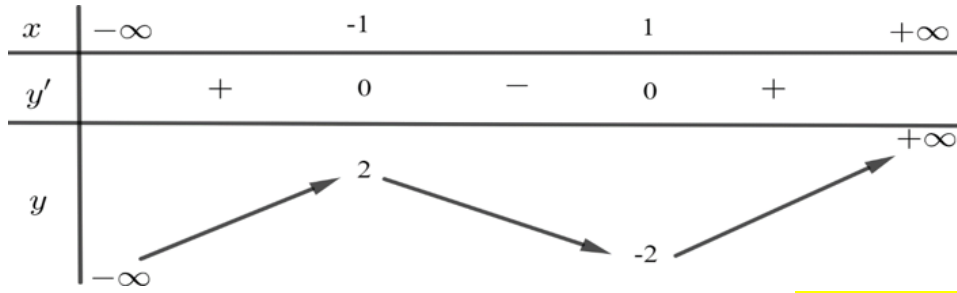
- A. $(9; +\infty)$. B. $(25; +\infty)$. C. $(31; +\infty)$. **D. $(24; +\infty)$.**

Lời giải

Đkxđ: $x > -1$

$\log_5(x+1) > 2 \Leftrightarrow \log_5(x+1) > \log_5 25 \Leftrightarrow x+1 > 25 \Leftrightarrow x > 24$

- Câu 13:** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?



- A. $y = x^4 - 2x^2$. B. $y = -x^3 + 3x$. C. $y = -x^4 + 2x^2$. **D. $y = x^3 - 3x$.**

Lời giải

Từ BBT ta nhận thấy hàm số có hai điểm cực trị và đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$. Do đó hàm số là hàm đa thức bậc ba có hệ số $a > 0$.

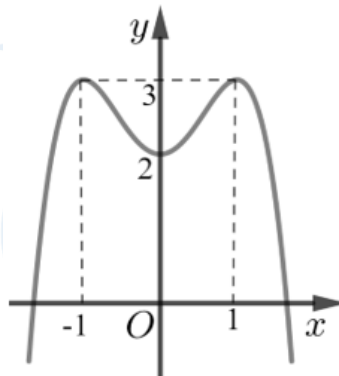
Câu 14: Môđun của số phức $z = 3 + 4i$ bằng

- A. 25. B. $\sqrt{7}$. **C. 5.** D. 7.

Lời giải

Ta có $|z| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$

Câu 15: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.

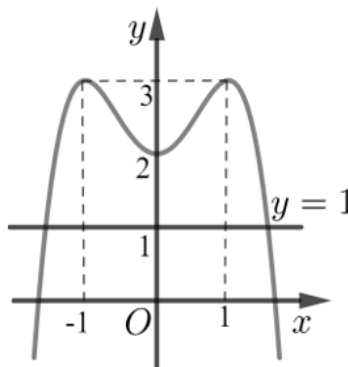


Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là

- A. 1. **B. 2.** C. 4. D. 3.

Lời giải

Đường thẳng (d) có phương trình $y = 1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 2 điểm phân biệt.



Suy ra phương trình $f(x) = 1$ có 2 nghiệm thực phân biệt.

Câu 16: Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x - 4)$ là

- A. $(5; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. **C. $(4; +\infty)$.** D. $(-\infty; 4)$.

Lời giải

Điều kiện: $x - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 4$.

Tập xác định: $D = (4; +\infty)$.

Câu 17: Với a là số thực dương tùy ý, $4 \log \sqrt{a}$ bằng

- A. $-2 \log a$. **B. $2 \log a$.** C. $-4 \log a$. D. $8 \log a$.

Lời giải

Với $a > 0$, ta có $4 \log \sqrt{a} = 4 \log \left(a^{\frac{1}{2}} \right) = 4 \cdot \frac{1}{2} \log a = 2 \log a$.

Câu 18: Số các tổ hợp chập 3 của 12 phần tử là

- A. 1320. B. 36. **C. 220.** D. 1728.

Lời giải

Số các tổ hợp chập 3 của 12 phần tử là $C_{12}^3 = 220$.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$		2		-2		$+\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:

- A. $x = -2$. B. $x = 2$. C. $x = -1$. **D. $x = 1$.**

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta suy ra: điểm cực tiểu của hàm số đã cho là $x = 1$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oyz) là:

- A. $z = 0$. **B. $x = 0$.** C. $x + y + z = 0$. D. $y = 0$.

Lời giải

Phương trình của mặt phẳng (Oyz) là: $x = 0$.

Câu 21: Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 3^{2-x}$ là:

- A. $x = \frac{1}{3}$.** B. $x = 0$. C. $x = -1$. D. $x = 1$.

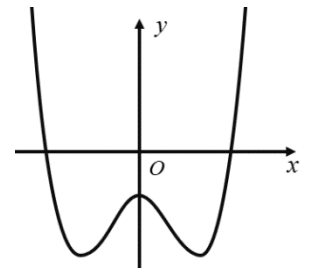
Lời giải

$3^{2x+1} = 3^{2-x} \Leftrightarrow 2x+1 = 2-x \Leftrightarrow 3x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$.

Câu 22: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như đường cong trong hình bên.

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

- A. 2. **B. 3.**
C. 1. D. 0.



Lời giải

Dựa vào hình dáng của đồ thị. Ta thấy hàm số đã cho có 3 cực trị.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$. Vec-tơ nào dưới đây là một vec-tơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_1 = (2; 1; -1)$. B. $\vec{u}_2 = (1; 2; 3)$. **C. $\vec{u}_3 = (1; -2; 3)$.** D. $\vec{u}_4 = (2; 1; 1)$.

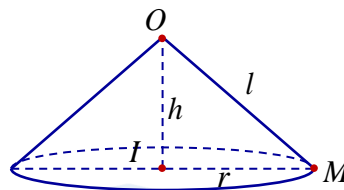
Lời giải

Theo định nghĩa phương trình đường thẳng. Ta có $\vec{u}_3 = (1; -2; 3)$ là một vec-tơ chỉ phương của d .

Câu 24: Cho tam giác OIM vuông tại I có $OI = 3$ và $IM = 4$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành hình nón có độ dài đường sinh bằng

- A. 7. B. 3. **C. 5.** D. 4.

Lời giải



Ta có chiều cao hình nón $h = OI = 3$, bán kính đáy $r = IM = 4$ thì độ dài đường sinh là:

$$l = OM = \sqrt{IM^2 + OI^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

Câu 25: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 7i$ có tọa độ là

- A. (2; 7). B. (-2; 7). **C. (2; -7).** D. (-7; 2).

Lời giải

Điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 7i$ trên mặt phẳng tọa độ có tọa độ là (2; -7).

Câu 26: Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = 1 - i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A. $5 + i$. **B. $3 + 2i$.** C. $1 + 4i$. D. $3 + 4i$.

Lời giải

Vì $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = 1 - i$ nên $z_1 + z_2 = (2 + 3i) + (1 - i) = 3 + 2i$.

Câu 27: Cho hàm số $f(x) = e^x + 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = e^x + x^2 + C$.** B. $\int f(x) dx = e^x + C$.
C. $\int f(x) dx = e^x - x^2 + C$. D. $\int f(x) dx = e^x + 2x^2 + C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x) dx = \int (e^x + 2x) dx = e^x + x^2 + C$.

Câu 28: Đạo hàm của hàm số $y = x^{-3}$ là

- A. $y' = -x^{-4}$. B. $y' = -\frac{1}{2}x^{-2}$. C. $y' = -\frac{1}{3}x^{-4}$. **D. $y' = -3x^{-4}$.**

Lời giải

Ta có: $y' = -3x^{-3-1} = -3x^{-4}$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(3; 0; 1)$ và $C(2; 2; -2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{3}$.

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{-1}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}(2; -2; 2)$; $\overrightarrow{AC}(1; 0; -1)$.

Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có véc-tơ chỉ phương là

$[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (2; 4; 2) \nearrow \nearrow (1; 2; 1)$ nên có phương trình: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.

Câu 30: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng

A. -12.

B. 10.

C. 15.

D. -1.

Lời giải

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ trên đoạn $[-2; 2]$

$\Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \in [-2; 2] \\ x = 3 \notin [-2; 2] \end{cases}$

Ta có:

$f(-2) = 8$; $f(-1) = 15$; $f(2) = -12$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng 15.

Câu 31: Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y = \log[(6-x)(x+2)]$?

A. 7.

B. 8.

C. 9.

D. Vô số.

Lời giải

Điều kiện xác định $(6-x)(x+2) > 0 \Leftrightarrow -x^2 + 4x + 12 > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 6$.

Vậy có tất cả 7 giá trị nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y = \log[(6-x)(x+2)]$.

Câu 32: Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 6 = 0$. Khi đó $z_1 + z_2 + z_1 z_2$ bằng:

A. 7.

B. 5.

C. -7.

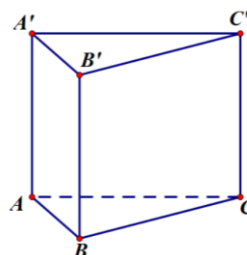
D. -5.

Lời giải

Vì phương trình $z^2 + z + 6 = 0$ có hai nghiệm z_1 và z_2 . Theo định lí Vi-et, ta có: $\begin{cases} z_1 + z_2 = -1 \\ z_1 z_2 = 6 \end{cases}$.

Do đó: $z_1 + z_2 + z_1 z_2 = -1 + 6 = 5$.

Câu 33: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AC = 2$, $AB = \sqrt{3}$ và $AA' = 1$ (tham khảo hình bên).



Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng

A. 30° .

B. 45° .

C. 90° .

D. 60° .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (A'BC) \cap (ABC) = BC \\ A'B \perp BC \text{ tại } B, A'B \subset (A'BC) \quad (\text{Do } BC \perp (AA'B'B)) \\ AB \perp BC \text{ tại } B, AB \subset (ABC) \end{cases}$$

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) là góc $A'BA$.

Xét $\Delta A'AB$ vuông tại A ta có:

$$\tan A'BA = \frac{AA'}{AB} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow A'BA = 30^\circ.$$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) là 30°

Câu 34: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = 2a$ và $AA' = 3a$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng

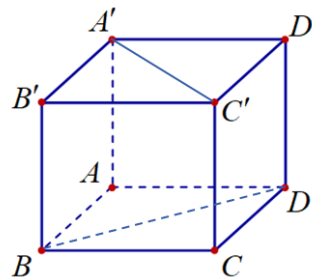
A. a .

B. $\sqrt{2}a$.

C. $2a$.

D. $3a$.

Lời giải



$$A'C' \subset (A'B'C'D'),$$

$$BD \parallel (A'B'C'D') \Rightarrow d(BD, A'C') = d(BD, (A'B'C'D')) = d(B, (A'B'C'D')) = BB' = 3a.$$

Câu 35: Cho hàm số $f(x) = 1 - \frac{1}{\cos^2 2x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = x + \tan 2x + C.$

B. $\int f(x) dx = x + \frac{1}{2} \cot 2x + C.$

C. $\int f(x) dx = x - \frac{1}{2} \tan 2x + C.$

D. $\int f(x) dx = x + \frac{1}{2} \tan 2x + C.$

Lời giải

$$\int f(x) dx = \int \left(1 - \frac{1}{\cos^2 2x} \right) dx = \int dx - \frac{1}{2} \int \frac{d(2x)}{\cos^2 2x} = x - \frac{1}{2} \tan 2x + C.$$

Câu 36: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

A. $y = x^4 - x^2$. B. $y = x^3 - x$. C. $y = \frac{x-1}{x+2}$. **D. $y = x^3 + x$.**

Lời giải

Ta có: $y = x^3 + x \Rightarrow y' = 3x^2 + 1 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; -3; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 5 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

A. $2x - y + 3z + 9 = 0$. B. $2x + y + 3z - 3 = 0$.
C. $2x + y + 3z + 3 = 0$. **D. $2x - y + 3z - 9 = 0$.**

Lời giải

Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

$$2x - (y + 3) + 3(z - 2) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 3z - 9 = 0.$$

Câu 38: Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn $[40; 60]$. Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục bằng

A. $\frac{4}{7}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ **D. $\frac{3}{7}$**

Lời giải

Từ 40 đến 60 ta có 21 số nên $n(\Omega) = 21$

Các số thỏa mãn đề bài: 45; 46; 47; 48; 49; 56; 57; 58; 59 \Rightarrow Có 9 số.

Xác suất để chọn được số thỏa mãn đề bài: $P = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$

Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng ba số nguyên b thỏa mãn $(3^b - 3)(a \cdot 2^b - 18) < 0$?

A. 72 B. 73 C. 71 **D. 74**

Lời giải

$$\text{TH1: } \begin{cases} 3^b - 3 > 0 \\ a \cdot 2^b - 18 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^b > 3 \\ 2^b < \frac{18}{a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b > 1 \\ b < \log_2\left(\frac{18}{a}\right) \end{cases} \Leftrightarrow 1 < b < \log_2\left(\frac{18}{a}\right)$$

$$\text{Để có đúng ba số nguyên } b \text{ thì } 4 < \log_2\left(\frac{18}{a}\right) \leq 5 \Leftrightarrow 8 < \frac{18}{a} \leq 32 \Leftrightarrow \frac{9}{16} \leq a < \frac{9}{4}.$$

Trường hợp này không có giá trị a nguyên thỏa mãn.

$$\text{TH2: } \begin{cases} 3^b - 3 < 0 \\ a \cdot 2^b - 18 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^b < 3 \\ 2^b > \frac{18}{a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b < 1 \\ b > \log_2\left(\frac{18}{a}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \log_2\left(\frac{18}{a}\right) < b < 1$$

$$\text{Để có đúng ba số nguyên } b \text{ thì } -3 \leq \log_2\left(\frac{18}{a}\right) < -2 \Leftrightarrow \frac{1}{8} \leq \frac{18}{a} < \frac{1}{4} \Leftrightarrow 72 < a \leq 144.$$

Vậy số giá trị nguyên của a là: $144 - 72 = 72$.

Câu 40: Cho hàm số $f(x) = (m-1)x^4 - 2mx^2 + 1$ với m là tham số thực. Nếu $\min_{[0;3]} f(x) = f(2)$ thì

$\max_{[0;3]} f(x)$ bằng

A. $-\frac{13}{3}$.

B. 4.

C. $-\frac{14}{3}$.

D. 1.

Lời giải

Ta có:

$$f'(x) = 4(m-1)x^3 - 4mx = 4x((m-1)x^2 - m)$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = \frac{m}{m-1} \end{cases} \quad (m = 1 \text{ không thỏa yêu cầu bài toán})$$

Vì $\min_{[0;3]} f(x) = f(2) \Rightarrow x = 2$ là nghiệm của $f'(x) = 0$

$$\Rightarrow \frac{m}{m-1} = 4 \Rightarrow m = 4m - 4 \Rightarrow m = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}x^4 - \frac{8}{3}x^2 + 1$$

$$f(0) = 1, f(3) = \frac{81}{3} - \frac{72}{3} + \frac{3}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

Vậy $\max_{[0;3]} f(x) = 4$

Câu 41: Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} và

$\int_0^3 f(x)dx = F(3) - G(0) + a \quad (a > 0)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường

$y = F(x), y = G(x), x = 0$ và $x = 3$. Khi $S = 15$ thì a bằng:

A. 15.

B. 12.

C. 18.

D. 5.

Lời giải

Ta có:

$$F(x), G(x) \text{ là nguyên hàm của } f(x) \Rightarrow F(x) = G(x) + C$$

$$\Rightarrow S = \int_0^3 |F(x) - G(x)| dx = \int_0^3 |C| dx = \left| \int_0^3 C dx \right| = |3C| = 15 \Rightarrow |C| = 5 \Rightarrow C = \pm 5$$

$$\int_0^3 f(x) dx = F(3) - F(0) = F(3) - (G(0) + C) = F(3) - G(0) - C = F(3) - G(0) + a$$

$$\Rightarrow a = -C = 5 \quad (\text{do } a > 0)$$

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Ox sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) là

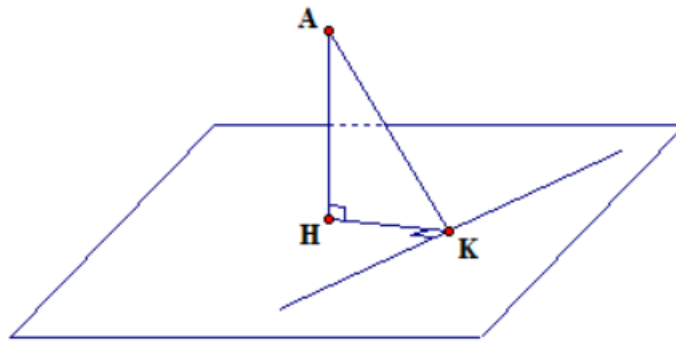
A. $2y + z = 0$.

B. $2y - z = 0$.

C. $y + z = 0$.

D. $y - z = 0$.

Lời giải



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên mặt phẳng (P) và trục Ox .

Ta có: $d(A; (P)) = AH \leq AK$.

Suy ra khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất khi $H \equiv K$, hay mặt phẳng (P) nhận véc-tơ \overrightarrow{AK} làm véc-tơ pháp tuyến.

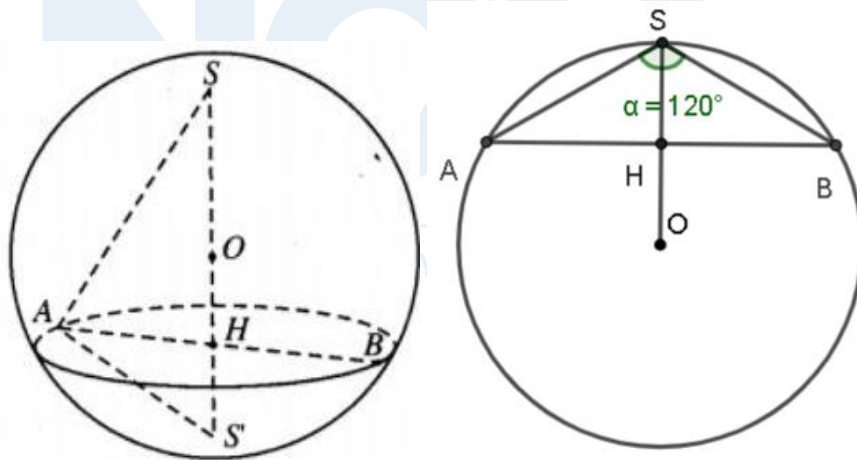
K là hình chiếu của A trên trục Ox suy ra: $K(1; 0; 0)$, $\overrightarrow{AK}(0; -2; 2)$.

Mặt phẳng (P) đi qua K có phương trình: $-2(y-0) + 2(z+0) = 0 \Leftrightarrow y-z=0$.

Câu 43: Cho hình nón có góc ở đỉnh là 120° và chiều cao bằng 4. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Tính diện tích của (S) bằng:

- A. 64π . **B. 256π .** C. 192π . D. 96π .

Lời giải



Ta có $SH = 4$

$$AB = 2AH = 2.SH \cdot \tan ASH = 2.4 \cdot \tan 60^\circ = 8\sqrt{3}$$

Có OS là bán kính mặt cầu cũng là bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle SAB$

$$\text{Suy ra: } 2OS = \frac{AB}{\sin ASB} \Rightarrow OS = \frac{8\sqrt{3}}{2 \cdot \sin 120^\circ} = 8$$

$$\text{Vậy diện tích mặt cầu: } S = 4\pi \cdot 8^2 = 256\pi$$

Câu 44: Xét tất cả các số thực x, y sao cho $a^{4x - \log_5 a^2} \leq 25^{40 - y^2}$ với mọi số thực dương a . Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + x - 3y$ bằng

- A. $\frac{125}{2}$. B. 80. **C. 60.** D. 20.

Lời giải

Ta có $a^{4x-\log_5 a^2} \leq 25^{40-y^2} \Leftrightarrow \log_5 a^{4x-\log_5 a^2} \leq \log_5 25^{40-y^2} \Leftrightarrow (4x-2\log_5 a)\log_5 a \leq 2(40-y^2)$

$$\Leftrightarrow \log_5^2 a - 2x\log_5 a + 40 - y^2 \geq 0 \quad (*)$$

Coi (*) là bất phương trình bậc hai ẩn $\log_5 a$

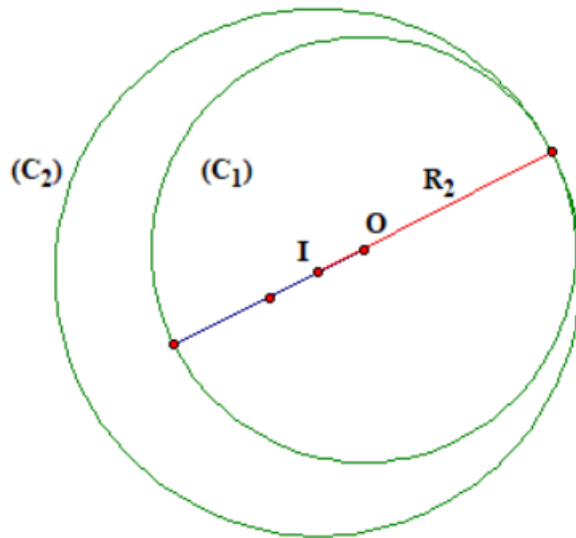
Đề (*) đúng với mọi số thực dương a thì

$$\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow x^2 - (40 - y^2) \leq 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 40 \leq 0 \quad (1).$$

Ta có biểu thức (1) là hình tròn (C_1) tâm $O(0;0)$, bán kính $R_1 = 2\sqrt{10}$.

Mặt khác $P = x^2 + y^2 + x - 3y \Leftrightarrow x^2 + y^2 + x - 3y - P = 0$ là phương trình đường tròn (C_2) tâm

$$I\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right), \text{ bán kính } R_2 = \frac{1}{2}\sqrt{10+4P}.$$



Để tồn tại điểm chung của đường tròn (C_2) với hình tròn (C_1) thì

$$R_2 \leq R_1 + OI \Leftrightarrow \frac{1}{2}\sqrt{10+4P} \leq 2\sqrt{10} + \frac{1}{2}\sqrt{10} \Leftrightarrow \sqrt{10+4P} \leq 5\sqrt{10} \Leftrightarrow P \leq 60.$$

Vậy $P_{\max} = 60$.

Câu 45: Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 2|z_3| = 2$ và $8(z_1 + z_2)z_3 = 3z_1z_2$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 trên mặt phẳng tọa độ. Diện tích tam giác ABC bằng

A. $\frac{\sqrt{55}}{32}$.

B. $\frac{\sqrt{55}}{16}$.

C. $\frac{\sqrt{55}}{44}$.

D. $\frac{\sqrt{55}}{8}$.

Lời giải

Ta có: $|z_1| = |z_2| = 2 \Rightarrow OA = OB = 2; |z_3| = 1 \Rightarrow OC = 1$.

$$+) 8(z_1 + z_2)z_3 = 3z_1z_2 \Leftrightarrow 8(z_1 + z_2) = 3\frac{z_1z_2}{z_3} \Leftrightarrow 8|z_1 + z_2| = 3\left|\frac{z_1z_2}{z_3}\right| \Leftrightarrow |z_1 + z_2| = \frac{3}{2}.$$

Gọi H là trung điểm của AB , biểu diễn số phức $\frac{z_1 + z_2}{2}$, ta có: $OH = \left|\frac{z_1 + z_2}{2}\right| = \frac{3}{4}$

$$+) |z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2) \Leftrightarrow |z_1 - z_2| = \frac{\sqrt{55}}{2} \Rightarrow AB = \frac{\sqrt{55}}{2}.$$

$$+) 8(z_1 + z_2)z_3 = 3z_1z_2 \Leftrightarrow 8z_1z_3 + 8z_2z_3 = 3z_1z_2 \Leftrightarrow z_1z_3 + z_2z_3 = \frac{3}{8}z_1z_2$$

$$\text{Đặt } 2a = \frac{3}{8}, \text{ suy ra: } z_1z_3 + z_2z_3 = 2az_1z_2 \Leftrightarrow z_1(z_3 - az_2) = (az_1 - z_3)z_2$$

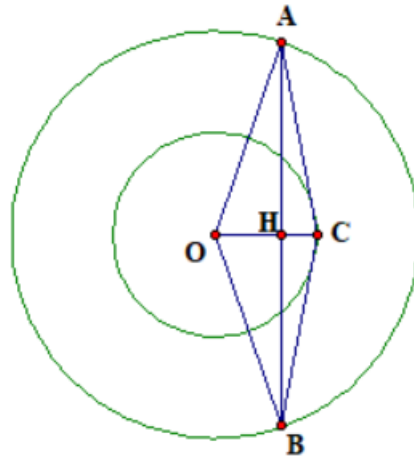
$$\Rightarrow |z_1||z_3 - az_2| = |az_1 - z_3||z_2|$$

$$\Leftrightarrow |z_3 - az_2|^2 = |az_1 - z_3|^2 \Leftrightarrow z_2\bar{z}_3 + \bar{z}_2z_3 = z_1\bar{z}_3 + \bar{z}_1z_3 = b$$

$$AC^2 = |z_3 - z_1|^2 = |z_3|^2 + |z_1|^2 - (z_1\bar{z}_3 + \bar{z}_1z_3) = 5 - b.$$

$$BC^2 = |z_3 - z_2|^2 = |z_3|^2 + |z_2|^2 - (z_2\bar{z}_3 + \bar{z}_2z_3) = 5 - b.$$

Suy ra: $AC^2 = BC^2 \Leftrightarrow AC = BC$ hay tam giác ABC cân tại C .



$$CH = OC - OH = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Vậy } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CH = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{55}}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{\sqrt{55}}{16}.$$

Câu 46: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = 2a$. Góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng 30° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

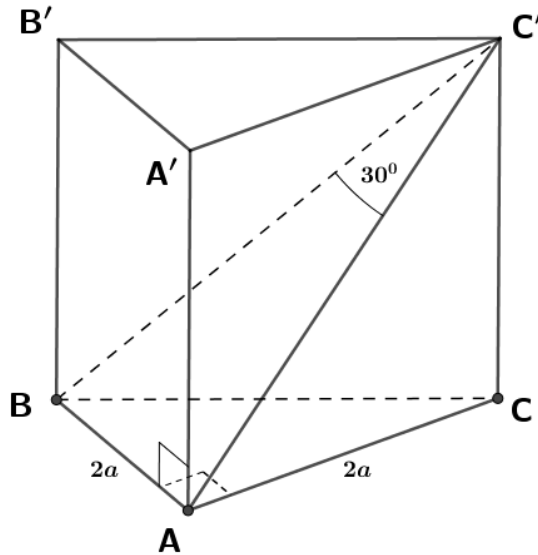
A. $3a^3$.

B. a^3 .

C. $12\sqrt{2}a^3$.

D. $4\sqrt{2}a^3$.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} AB \perp AC \\ AB \perp AA' \end{cases} \Rightarrow AB \perp (ACC'A') \Rightarrow AB \perp AC'$.

Vậy góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ACC'A')$ là góc $BC'A$.

Trong tam giác vuông $BC'A$ ta có $BC'A = 30^\circ; AB = 2a \Rightarrow AC' = AB \cdot \cot BC'A = 2a \cdot \sqrt{3}$.

Trong tam giác vuông ACC' ta có $CC' = \sqrt{AC'^2 - AC^2} = 2\sqrt{2}a$.

Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho là:

$$V = CC' \cdot \frac{1}{2} AB^2 = 2\sqrt{2}a \cdot \frac{1}{2} \cdot 4a^2 = 4\sqrt{2}a^3.$$

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $g(x) = \ln f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	$\ln \frac{43}{8}$	$\ln 6$	$\ln 2$	$+\infty$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. (5;6). B. (4;5). C. (2;3). **D. (3;4).**

Lời giải

Ta có $f(x) = e^{g(x)}$.

Từ bảng biến thiên suy ra: $g(x) \geq \ln 2 \Rightarrow e^{g(x)} \geq e^{\ln 2} = 2$.

+) $f'(x) = g'(x)e^{g(x)}$.

Phương trình hoành độ giao điểm của $f'(x)$ và $g'(x)$:

$$f'(x) - g'(x) = 0 \Leftrightarrow g'(x)e^{g(x)} - g'(x) = 0 \Leftrightarrow g'(x)(e^{g(x)} - 1) = 0 \Leftrightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2 \\ x = x_3 \end{cases}$$

Mặt khác từ bảng biến thiên ta cũng có: $g'(x) > 0, \forall x \in (x_1; x_2)$; $g'(x) < 0, \forall x \in (x_2; x_3)$.

Suy ra:

$$\begin{aligned} S &= \int_{x_1}^{x_3} |f'(x) - g'(x)| dx = \int_{x_1}^{x_3} |g'(x)e^{g(x)} - g'(x)| dx = \int_{x_1}^{x_3} |g'(x)(e^{g(x)} - 1)| dx \\ &= \int_{x_1}^{x_2} g'(x)(e^{g(x)} - 1) dx - \int_{x_2}^{x_3} g'(x)(e^{g(x)} - 1) dx \\ &= \int_{x_1}^{x_2} (e^{g(x)} - 1) d(g(x)) - \int_{x_2}^{x_3} (e^{g(x)} - 1) d(g(x)) \\ &= (e^{g(x)} - g(x)) \Big|_{x_1}^{x_2} - (e^{g(x)} - g(x)) \Big|_{x_2}^{x_3} \\ &= [e^{g(x_2)} - g(x_2) - e^{g(x_1)} + g(x_1)] - [e^{g(x_3)} - g(x_3) - e^{g(x_2)} + g(x_2)] \\ &= 2e^{g(x_2)} - e^{g(x_1)} - e^{g(x_3)} - 2g(x_2) + g(x_1) + g(x_3) \\ &= 2.6 - \frac{43}{8} - 2 - 2\ln 6 + \ln \frac{43}{8} + \ln 2 = \frac{37}{8} + \ln \frac{43}{144} \approx 3,416. \end{aligned}$$

Câu 48: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z^2| = 2|z - \bar{z}|$ và $|(z - 4)(\bar{z} - 4i)| = |z + 4i|^2$?

A. 3. **B. 1.** **C. 2.** **D. 4.**

Lời giải

Ta có $|z + 4i|^2 = |(z - 4)(\bar{z} - 4i)| = |(z - 4)\overline{(z + 4i)}| = |z - 4||z + 4i| = |z - 4||z + 4i|$.

Suy ra $|z + 4i| = 0$ hoặc $|z + 4i| = |z - 4|$.

Nếu $|z + 4i| = 0$ thì $z = -4i$, không thỏa mãn $|z^2| = 2|z - \bar{z}|$.

Nếu $|z + 4i| = |z - 4|$ thì đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$ ta được

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + (y + 4)^2} = \sqrt{(x - 4)^2 + y^2} \\ x^2 + y^2 = 4|y| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -y \\ 2|y|^2 = 4|y| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} y = 2 \\ x = -2 \end{cases} \vee \begin{cases} y = -2 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy có 3 số phức thỏa mãn là $0, 2 - 2i, -2 + 2i$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(1; 3; 9)$ bán kính bằng 3. Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc hai trục Ox, Oz sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S) , đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{13}{2}$. Gọi A là tiếp điểm của MN và (S) , giá trị $AM \cdot AN$ bằng

A. 39. **B. $12\sqrt{3}$.** **C. 18.** **D. $28\sqrt{3}$.**

Lời giải

Ta có $I(1; 3; 9)$ và $R = 3$. Suy ra $d(I, (OMN)) = 3$.

Vậy mặt cầu (S) tiếp xúc (OMN) tại $A(1; 0; 9)$.

Gọi tọa độ $M(m; 0; 0)$ và $N(0; 0; n)$.

Ta có $\overline{AM} = (m - 1; 0; -9)$; $\overline{AN} = (-1; 0; n - 9)$.

Do A, M, N thẳng hàng nên $(m-1)(n-9) = 9$ (1).

Do $IA \perp (OMN)$ và H là trung điểm MN thì H là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle OMN$.

Suy ra K là tâm mặt cầu ngoại tiếp $IOMN \Rightarrow KH \subset (IMN)$

bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle IMN$ bằng $\frac{13}{2}$ (đường tròn lớn)

$$\frac{1}{2} \cdot IH \cdot MN = \frac{IM \cdot IN \cdot MN}{4 \cdot \frac{13}{2}} \Leftrightarrow IM \cdot IN = 39 \Leftrightarrow ((m-1)^2 + 90)((n-9)^2 + 10) = 39 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra
$$\begin{cases} (m-1)(n-9) = 9 \\ ((m-1)^2 + 90)((n-9)^2 + 10) = 39 \end{cases}$$

Đặt
$$\begin{cases} u = (m-1)^2 \\ v = (n-9)^2 \end{cases}$$
, ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} uv = 81 \\ ((m-1)^2 + 90)((n-9)^2 + 10) = 39 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} uv = 81 \\ (u+90)(v+10) = 1521 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} uv = 81 \\ 90v + 10u = 540 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 27 \\ v = 3 \end{cases}$$

Vậy $AM \cdot AN = \sqrt{u+81}\sqrt{v+1} = 12\sqrt{3}$.

Câu 50: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |x^4 - 2mx^2 + 64x|$ có đúng ba điểm cực trị

A. 5.

B. 6.

C. 12.

D. 11.

Lời giải

Xét hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 64x$.

Ta có: $y' = 4x^3 - 4mx + 64$. (*)

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^4 - 2mx^2 + 64x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^3 - 2mx + 64 = 0 \end{cases} \quad (1)$

Phương trình (1) luôn có một nghiệm $x \neq 0$ nên đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 64x$ cắt Ox ít nhất hai điểm và $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (x^4 - 2mx^2 + 64x) = +\infty$.

Suy ra để hàm số $y = |x^4 - 2mx^2 + 64x|$ có 3 điểm cực trị thì hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 64x$ có đúng một điểm cực trị \Leftrightarrow phương trình (*) có đúng một nghiệm đơn

$m = x^2 + \frac{16}{x}$ có đúng một nghiệm đơn.

Xét hàm số: $f(x) = x^2 + \frac{16}{x}$, $f'(x) = 2x - \frac{16}{x^2}$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - \frac{16}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$		-	- 0 +	
$f(x)$	$+\infty$ ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ 12	↗ $+\infty$	

Từ bảng biến thiên suy ra $m \leq 12$.

Suy ra: $\begin{cases} m \in \mathbb{Z}_+^* \\ m \leq 12 \end{cases} \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; \dots; 11; 12\}$.

Vậy có 12 giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |x^4 - 2mx^2 + 64x|$ có đúng ba điểm cực trị.

