

TRUNG TÂM LUYỆN THI NHQ KỶ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2022

ĐỀ THI TN THPT NĂM 2022

Bài thi: TOÁN

(Đề thi có 6 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh:

Mã đề thi 103

Số báo danh:

Câu 1: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-2		2		$-\infty$

- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = -x^3 + 3x$. C. $y = x^2 - 2x$. D. $y = -x^2 + 2x$.

Câu 2: Nếu $\int_0^3 f(x)dx = 6$ thì $\int_0^3 \left[\frac{1}{3} f(x) + 2 \right] dx$ bằng?

- A. 8. B. 5. C. 9. D. 6.

Câu 3: Phần ảo của số phức $z = (2 - i)(1 + i)$ bằng

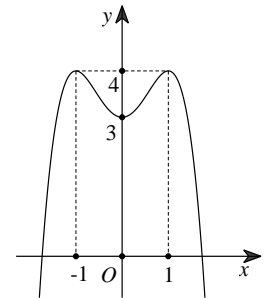
- A. 3. B. 1. C. -1. D. -3.

Câu 4: Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int e^x dx = xe^x + C$. B. $\int e^x dx = e^{x+1} + C$. C. $\int e^x dx = -e^{x+1} + C$. D. $\int e^x dx = e^x + C$.

Câu 5: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 1.
B. 4.
C. -1.
D. 3.



Câu 6: Cho $a = 3^{\sqrt{5}}$, $b = 3^2$ và $c = 3^{\sqrt{6}}$ mệnh đề nào dưới đây đúng

- A. $a < c < b$. B. $a < b < c$. C. $b < a < c$. D. $c < a < b$.

Câu 7: Nếu $\int_{-1}^2 f(x)dx = 2$ và $\int_2^5 f(x)dx = -5$ thì $\int_{-1}^5 f(x)dx$ bằng

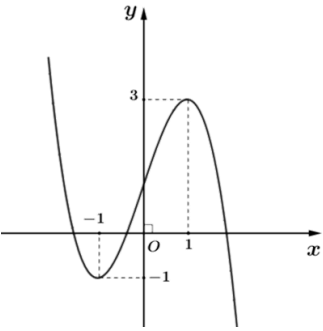
- A. -7. B. -3. C. 4. D. 7.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-1		3		$-\infty$

Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và đường thẳng $y = 1$ là

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

- Câu 9:** Từ các chữ số 1,2,3,4,5 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số đôi một khác nhau?
A. 120. **B.** 5. **C.** 3125. **D.** 1.
- Câu 10:** Cho khối nón có diện tích đáy bằng $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích của khối nón đã cho bằng?
A. $3a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** $\frac{2}{3}a^3$.
- Câu 11:** Số nghiệm thực của phương trình $2^{x^2+1} = 4$ là
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.
- Câu 12:** Với a là số thực dương tùy ý, $\log(100a)$ bằng
A. $1 - \log a$. **B.** $2 + \log a$. **C.** $2 - \log a$. **D.** $1 + \log a$.
- Câu 13:** Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 5, đáy ABC có diện tích bằng 6. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng
A. 11. **B.** 10. **C.** 15. **D.** 30.
- Câu 14:** Hàm số $F(x) = \cot x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$
A. $f_2(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$. **B.** $f_1(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$.
C. $f_4(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$. **D.** $f_3(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$.
- Câu 15:** Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ
A. (1;-1).
B. (3;1).
C. (1;3).
D. (-1;-1).
- 
- Câu 16:** Số phức nào dưới đây có phần ảo bằng phần ảo của số phức $w = 1 - 4i$
A. $z_2 = 3 + 4i$. **B.** $z_1 = 5 - 4i$. **C.** $z_3 = 1 - 5i$. **D.** $z_4 = 1 + 4i$.
- Câu 17:** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Số hạng tổng quát u_n ($n \geq 2$) bằng
A. $3 \cdot 2^{n-1}$. **B.** $3 \cdot 2^{n+2}$. **C.** $3 \cdot 2^n$. **D.** $3 \cdot 2^{n+1}$.
- Câu 18:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$. Tâm của (S) có tọa độ là
A. (-4; 2; -6). **B.** (4; -2; 6). **C.** (2; -1; 3). **D.** (-2; 1; -3).
- Câu 19:** Cho khối chóp và khối lăng trụ có diện tích đáy, chiều cao tương ứng bằng nhau và có thể tích lần lượt là V_1, V_2 . Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng
A. $\frac{2}{3}$. **B.** 3. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{1}{3}$.
- Câu 20:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?
A. $Q(2;1;1)$. **B.** $M(1;2;3)$. **C.** $P(2;1;-1)$. **D.** $N(1;-2;3)$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oxy) là:

- A. $z = 0$. B. $x = 0$. C. $y = 0$. D. $x + y = 0$.

Câu 22: Cho điểm M nằm ngoài mặt cầu $S(O; R)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $OM \leq R$. B. $OM > R$. C. $OM = R$. D. $OM < R$.

Câu 23: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 2 + 7i$ có tọa độ là

- A. $(2; -7)$. B. $(2; 7)$. C. $(7; 2)$. D. $(-2; -7)$.

Câu 24: Nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) = 0$ là

- A. $x = \frac{3}{4}$. B. $x = 1$. C. $x = \frac{1}{2}$. D. $x = \frac{2}{3}$.

Câu 25: Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	-1	$+\infty$	-1

(Note: Arrows in the original image point from -1 to $-\infty$ and from $+\infty$ to -1 .)

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

- A. $x = -1$. B. $y = -1$. C. $y = -2$. D. $x = -2$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$. Cho hai vectơ $\vec{u} = (1; -4; 0)$ và $\vec{v} = (-1; -2; 1)$. Vectơ $\vec{u} + 3\vec{v}$ có tọa độ là

- A. $(-2; -6; 3)$. B. $(-4; -8; 4)$. C. $(-2; -10; -3)$. D. $(-2; -10; 3)$.

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-		0	+	0
$f(x)$	$+\infty$	0	3	0	$+\infty$

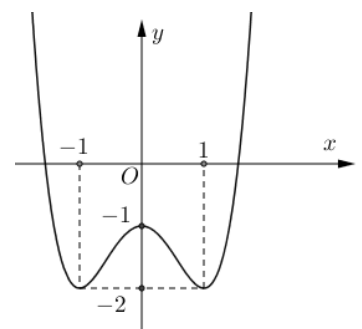
(Note: Arrows in the original image point from $+\infty$ to 0 , from 0 to 3 , from 3 to 0 , and from 0 to $+\infty$.)

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 3)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-\infty; -1)$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2; 5]$ của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt?

- A. 1.
B. 6.
C. 7.
D. 5.



Câu 30: Cho hàm số $f(x) = 1 + e^{2x}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

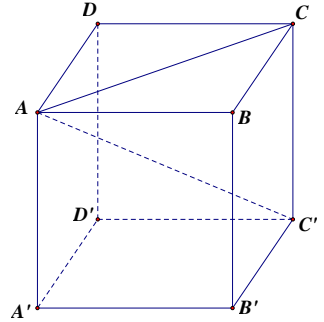
- A. $\int f(x)dx = x + \frac{1}{2}e^x + C$. B. $\int f(x)dx = x + 2e^{2x} + C$.
C. $\int f(x)dx = x + \frac{1}{2}e^{2x} + C$. D. $\int f(x)dx = x + e^{2x} + C$.

Câu 31: Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Khi đó $z_1^2 + z_2^2$ bằng

- A. 6. B. $8i$. C. $-8i$. D. -6.

Câu 32: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình bên). Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.
C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.



Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Phương trình của mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng $x - 2y + 2z + 3 = 0$ là

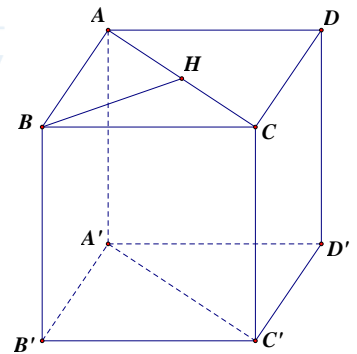
- A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 2$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2$.
C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 4$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

Câu 34: Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3}$ bằng

- A. $3\log_a b$. B. $\log_a b$. C. $-3\log_a b$. D. $\frac{1}{3}\log_a b$.

Câu 35: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 3 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng

- A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.
B. $\frac{3}{2}$.
C. $3\sqrt{2}$.
D. 3.



Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x + 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -2; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 3y - z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

- A. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

Câu 38: Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn $[30;50]$. Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục bằng

- A. $\frac{11}{21}$. B. $\frac{8}{21}$. C. $\frac{13}{21}$. D. $\frac{10}{21}$.

Câu 39: Biết $F(x); G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} và $\int_0^4 f(x)dx = F(4) - G(0) + a$ ($a > 0$). Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = F(x); y = G(x); x = 0; x = 4$. Khi $S = 8$ thì a bằng

- A. 8 B. 4 C. 12 D. 2

Câu 40: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + 2(a+4)x^2 - 1$ với a là tham số thực. Nếu $\max_{[0;2]} f(x) = f(1)$ thì $\min_{[0;2]} f(x)$ bằng

- A. -17. B. -16 C. -1 D. 3

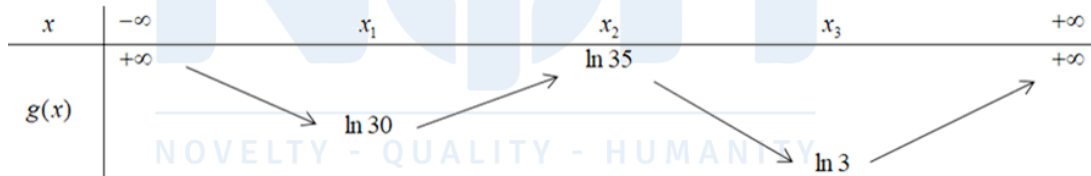
Câu 41: Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng hai số nguyên b thỏa mãn $(4^b - 1)(a \cdot 3^b - 10) < 0$?

- A. 182. B. 179. C. 180. D. 181.

Câu 42: Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° và chiều cao bằng 3. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng

- A. 144π . B. 108π . C. 48π . D. 96π .

Câu 43: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $g(x) = \ln f(x)$ có bảng biến thiên



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $(33;35)$. B. $(37;40)$. C. $(29;32)$. D. $(24;26)$.

Câu 44: Xét tất cả số thực x, y sao cho $27^{5-y^2} \geq a^{6x - \log_3 a^3}$ với mọi số thực dương a . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 - 4x + 8y$ bằng

- A. -15. B. 25. C. -5. D. -20.

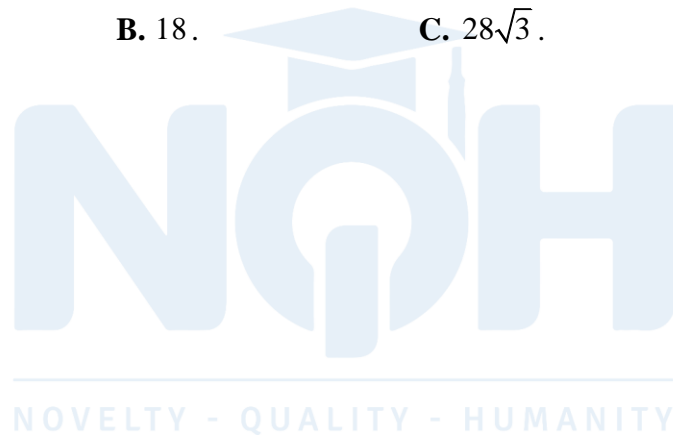
Câu 45: Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $2|z_1| = 2|z_2| = |z_3| = 2$ và $(z_1 + z_2)z_3 = 3z_1z_2$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 trên mặt phẳng tọa độ. Diện tích tam giác ABC bằng

- A. $\frac{5\sqrt{7}}{8}$. B. $\frac{5\sqrt{7}}{16}$. C. $\frac{5\sqrt{7}}{24}$. D. $\frac{5\sqrt{7}}{32}$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Ox sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) là:

- A. $2y - z = 0$. B. $2y + z = 0$. C. $y - z = 0$. D. $y + z = 0$.

- Câu 47:** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z^2| = |z - \bar{z}|$ và $|(z-2)(\bar{z}-2i)| = |z+2i|^2$?
A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.
- Câu 48:** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh bên $AA' = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 30° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng
A. $24a^3$. B. $\frac{8}{3}a^3$. C. $8a^3$. D. $\frac{8}{9}a^3$.
- Câu 49:** Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số a để hàm số $y = |x^4 + ax^2 - 8x|$ có đúng 3 điểm cực trị?
A. 5. B. 6. C. 11. D. 10.
- Câu 50:** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) tâm $I(9;3;1)$ bán kính bằng 3. Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc 2 trục Ox, Oz sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S) , đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{13}{2}$. Gọi A là tiếp điểm của MN và (S) , giá trị $AM \cdot AN$ bằng
A. $12\sqrt{3}$. B. 18. C. $28\sqrt{3}$. D. 39.



ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT
BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.B	4.D	5.D	6.C	7.B	8.D	9.A	10.C
11.B	12.B	13.B	14.D	15.D	16.B	17.A	18.C	19.D	20.C
21.A	22.B	23.B	24.B	25.C	26.D	27.D	28.C	29.C	30.C
31.D	32.A	33.D	34.A	35.A	36.C	37.B	38.A	39.B	40.A
41.D	42.A	43.A	44.A	45.B	46.D	47.D	48.A	49.B	50.A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-2		2		$-\infty$

- A $y = x^3 - 3x$. **B. $y = -x^3 + 3x$.** C. $y = x^2 - 2x$. D. $y = -x^2 + 2x$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta nhận thấy:

Đây là hàm $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$).

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty \Rightarrow a < 0$.

Do đó hàm số thỏa mãn là $y = -x^3 + 3x$.

Câu 2: Nếu $\int_0^3 f(x) dx = 6$ thì $\int_0^3 \left[\frac{1}{3} f(x) + 2 \right] dx$ bằng?

- A. 8.** B. 5. C. 9. D. 6.

Lời giải

Ta có $\int_0^3 \left[\frac{1}{3} f(x) + 2 \right] dx = \frac{1}{3} \int_0^3 f(x) dx + \int_0^3 2 dx = \frac{1}{3} \cdot 6 + 6 = 8$.

Câu 3: Phần ảo của số phức $z = (2 - i)(1 + i)$ bằng

- A 3. **B. 1.** C. -1. D. -3.

Lời giải

Ta có $z = (2 - i)(1 + i) = 3 + i$. Vậy phần ảo là 1.

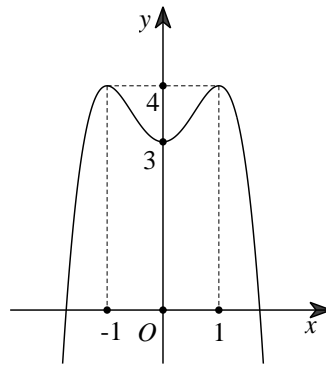
Câu 4: Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A $\int e^x dx = xe^x + C$. B. $\int e^x dx = e^{x+1} + C$. C. $\int e^x dx = -e^{x+1} + C$. **D. $\int e^x dx = e^x + C$.**

Lời giải

Ta có $\int e^x dx = e^x + C$.

Câu 5: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng



- A 1. B. 4. C. -1. **D. 3.**

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy giá trị cực tiểu bằng 3.

Câu 6: Cho $a = 3^{\sqrt{5}}, b = 3^2$ và $c = 3^{\sqrt{6}}$ mệnh đề nào dưới đây đúng

- A $a < c < b$. B. $a < b < c$. **C. $b < a < c$.** D. $c < a < b$.

Lời giải

Ta có $a = 3^{\sqrt{5}}, b = 3^2 = 3^{\sqrt{4}}, c = 3^{\sqrt{6}}$ và $\begin{cases} \sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{6} \\ 3 > 1 \end{cases} \Rightarrow b < a < c$.

Câu 7: Nếu $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và $\int_2^5 f(x) dx = -5$ thì $\int_{-1}^5 f(x) dx$ bằng

- A -7. **B. -3.** C. 4. D. 7.

Lời giải

Ta có $\int_{-1}^5 f(x) dx = \int_{-1}^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx = 2 - 5 = -3$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$		3		$-\infty$

\swarrow \nearrow \searrow
 -1 -1 -1

Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và đường thẳng $y = 1$ là

- A 1. B. 0. C. 2. **D. 3.**

Lời giải

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$		3		$-\infty$

\swarrow \nearrow \searrow $y = 1$
 -1 -1 -1

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị hàm số tại 3 điểm.

Câu 9: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số đôi một khác nhau?

- A. 120.** B. 5. C. 3125. D. 1.

Lời giải

Số các số tự nhiên gồm năm chữ số khác nhau lập từ các số 1, 2, 3, 4, 5 là $5! = 120$.

Câu 10: Cho khối nón có diện tích đáy bằng $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích của khối nón đã cho bằng?

- A. $3a^3$. B. $6a^3$. **C. $2a^3$.** D. $\frac{2}{3}a^3$.

Lời giải

Thể tích của khối nón đã cho bằng $V = \frac{1}{3} \cdot 3a^2 \cdot 2a = 2a^3$.

Câu 11: Số nghiệm thực của phương trình $2^{x^2+1} = 4$ là

- A. 1. **B. 2.** C. 3. D. 0.

Lời giải

$$2^{x^2+1} = 2^2 \Leftrightarrow x^2 + 1 = 2 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Câu 12: Với a là số thực dương tùy ý, $\log(100a)$ bằng

- A. $1 - \log a$. **B. $2 + \log a$.** C. $2 - \log a$. D. $1 + \log a$.

Lời giải

$$\log(100a) = \log(100) + \log a = 2 + \log a.$$

Câu 13: Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 5, đáy ABC có diện tích bằng 6. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. 11. **B. 10.** C. 15. D. 30.

Lời giải

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 5 = 10$$

Câu 14: Hàm số $F(x) = \cot x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

- A. $f_2(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$. B. $f_1(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$.
C. $f_4(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$. **D. $f_3(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$.**

Lời giải

Có $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$ suy ra $F(x) = \cot x$ trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ là một nguyên hàm của

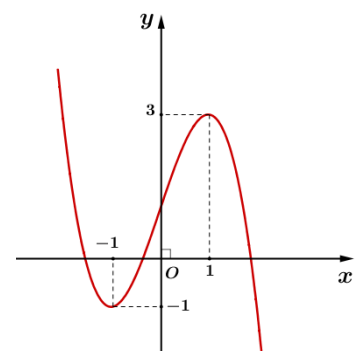
$$\text{hàm số } f_3(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}.$$

Câu 15: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên.

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ

- A. $(1; -1)$. B. $(3; 1)$.
C. $(1; 3)$. **D. $(-1; -1)$.**

Lời giải



Dựa vào đồ thị, điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là $(-1; -1)$.

Câu 16: Số phức nào dưới đây có phần ảo bằng phần ảo của số phức $w = 1 - 4i$

- A. $z_2 = 3 + 4i$. **B. $z_1 = 5 - 4i$.** C. $z_3 = 1 - 5i$. D. $z_4 = 1 + 4i$.

Lời giải

Cả hai số phức $w = 1 - 4i$ và $z_1 = 5 - 4i$ đều có phần ảo bằng -4 nên ta chọn B.

Câu 17: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Số hạng tổng quát u_n ($n \geq 2$) bằng

- A. $3 \cdot 2^{n-1}$.** B. $3 \cdot 2^{n+2}$. C. $3 \cdot 2^n$. D. $3 \cdot 2^{n+1}$.

Lời giải

Cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$ có số hạng tổng quát $u_n = 3 \cdot 2^{n-1}$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(-4; 2; -6)$. B. $(4; -2; 6)$. **C. $(2; -1; 3)$.** D. $(-2; 1; -3)$.

Lời giải

Mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$ có tâm là $(2; -1; 3)$.

Câu 19: Cho khối chóp và khối lăng trụ có diện tích đáy, chiều cao tương ứng bằng nhau và có thể tích lần lượt là V_1, V_2 . Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. 3. C. $\frac{3}{2}$. **D. $\frac{1}{3}$.**

Lời giải

Gọi diện tích đáy và chiều cao tương ứng của khối chóp và khối lăng trụ là B và h .

$$\text{Ta có } \begin{cases} V_1 = \frac{1}{3} Bh \\ V_2 = Bh \end{cases} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}.$$

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

- A. $Q(2; 1; 1)$. B. $M(1; 2; 3)$. **C. $P(2; 1; -1)$.** D. $N(1; -2; 3)$.

Lời giải

$$\text{Cho } \begin{cases} x-2=0 \\ y-1=0 \\ z+1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=-1 \end{cases} \text{ vậy } P(2; 1; -1) \in d.$$

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oxy) là:

- A. $z = 0$.** B. $x = 0$. C. $y = 0$. D. $x + y = 0$.

Câu 22: Cho điểm M nằm ngoài mặt cầu $S(O; R)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $OM \leq R$. **B. $OM > R$.** C. $OM = R$. D. $OM < R$.

Câu 23: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 2 + 7i$ có tọa độ là

- A. $(2; -7)$. **B. $(2; 7)$.** C. $(7; 2)$. D. $(-2; -7)$.

Câu 24: Nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) = 0$ là

A. $x = \frac{3}{4}$.

B. $x = 1$.

C. $x = \frac{1}{2}$.

D. $x = \frac{2}{3}$.

Lời giải

$$\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) = 0 \Leftrightarrow 2x-1 = 1 \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 1$.

Câu 25: Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là

A. $(2; +\infty)$.

B. $(-\infty; +\infty)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Hàm số xác định khi $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Tập xác định của hàm số là $D = (1; +\infty)$.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	-1	$+\infty$	-1

(Note: Arrows in the original image point from the values in the f(x) row to the corresponding x values on the x-axis.)

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

A. $x = -1$.

B. $y = -1$.

C. $y = -2$.

D. $x = -2$.

Lời giải

Ta thấy: $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$.

Vậy tiệm cận đứng của hàm số đã cho là $x = -2$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$. Cho hai vectơ $\vec{u} = (1; -4; 0)$ và $\vec{v} = (-1; -2; 1)$. Vectơ $\vec{u} + 3\vec{v}$ có tọa độ là

A. $(-2; -6; 3)$.

B. $(-4; -8; 4)$.

C. $(-2; -10; -3)$.

D. $(-2; -10; 3)$.

Lời giải

Ta có: $\vec{u} = (1; -4; 0)$

$3\vec{v} = (-3; -6; 3)$

Vậy: $\vec{u} + 3\vec{v} = (-2; -10; 3)$.

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

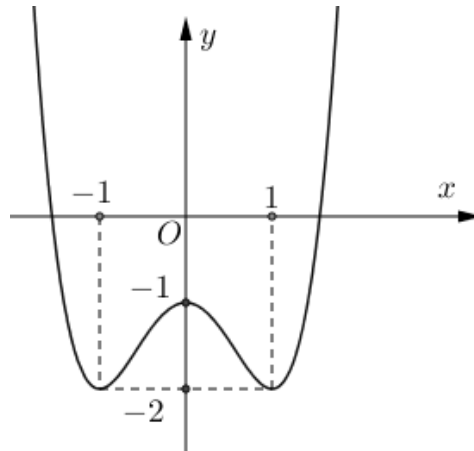
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	+
$f(x)$	$+\infty$	0	3	0	$+\infty$

(Note: Arrows in the original image point from the values in the f(x) row to the corresponding x values on the x-axis.)

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0;3)$. B. $(0;+\infty)$. **C. $(-1;0)$.** D. $(-\infty;-1)$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2;5]$ của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt?



- A. 1. B. 6. **C. 7.** D. 5.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình $f(x) = m$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt khi $m = -2$ hoặc $m > -1$. Vậy $m \in \{-2; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Vậy có 7 giá trị m thỏa mãn.

Câu 30: Cho hàm số $f(x) = 1 + e^{2x}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $\int f(x)dx = x + \frac{1}{2}e^x + C$. B. $\int f(x)dx = x + 2e^{2x} + C$.
C. $\int f(x)dx = x + \frac{1}{2}e^{2x} + C$. D. $\int f(x)dx = x + e^{2x} + C$.

Lời giải

Ta có $\int (1 + e^{2x})dx = x + \frac{1}{2}e^{2x} + C$.

Câu 31: Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Khi đó $z_1^2 + z_2^2$ bằng

- A. 6. B. $8i$. C. $-8i$. **D. -6 .**

Lời giải

Phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$ có nghiệm là $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = 1 + 2i$ nên ta có:

$$z_1^2 + z_2^2 = (1 + 2i)^2 + (1 - 2i)^2 = -6.$$

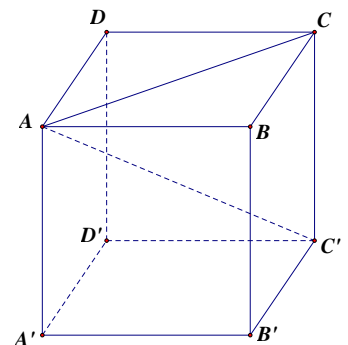
Câu 32: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình bên). Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.** B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.
C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Ta có $AC = CC' = \sqrt{2}$

$$\Rightarrow AC' = \sqrt{AC^2 + CC'^2} = CC' \sqrt{3}$$



Ta có $(AC';(ABCD)) = (AC';AC) = CAC'$

$$\sin CAC' = \frac{CC'}{AC'} = \frac{CC'}{CC'\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Phương trình của mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng $x-2y+2z+3=0$ là

A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 2$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 4$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

Lời giải

Bán kính mặt cầu $R = \frac{|1-2.2+2.3+3|}{\sqrt{1+(-2)^2+2^2}} = \frac{6}{3} = 2$

Do đó phương trình của mặt cầu

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2^2 = 4.$$

Câu 34: Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3}$ bằng

A. $3\log_a b$.

B. $\log_a b$.

C. $-3\log_a b$.

D. $\frac{1}{3}\log_a b$.

Lời giải

$$\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3} = -\log_a b^{-3} = 3\log_a b.$$

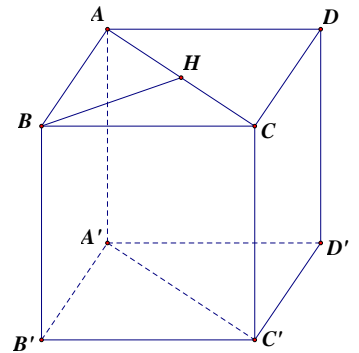
Câu 35: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 3 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $3\sqrt{2}$.

D. 3.



Lời giải

Gọi H là trung điểm của AC .

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $BH \perp (ACC'A')$

$$\Rightarrow (B;(ACC'A')) = BH = \frac{1}{2} AC$$

Mà $ABCD$ là hình vuông cạnh 3 nên $AC = 3\sqrt{2}$

$$\Rightarrow (B;(ACC'A')) = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x+1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; +\infty)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $(-\infty; -1)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -2; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 3y - z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

- A. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$

Lời giải

Gọi d là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) .

Do d vuông góc với (P) nên d có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; -3; -1)$.

Vậy phương trình của đường thẳng d là: $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$

Câu 38: Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn $[30; 50]$. Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục bằng

- A. $\frac{11}{21}$ B. $\frac{8}{21}$ C. $\frac{13}{21}$ D. $\frac{10}{21}$

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 21$.

Gọi A là biến cố: "chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục".

Khi đó $A = \{34; 35; 36; 37; 38; 39; 45; 46; 47; 48; 49\} \Rightarrow n(A) = 11$.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{11}{21}$.

Câu 39: Biết $F(x); G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} và

$\int_0^4 f(x) dx = F(4) - G(0) + a$ ($a > 0$). Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường

$y = F(x); y = G(x); x = 0; x = 4$. Khi $S = 8$ thì a bằng

- A. 8. B. 4. C. 12. D. 2

Lời giải

Đặt $F(x) = G(x) + c$

$$S = \int_0^4 |F(x) - G(x)| dx \Rightarrow |F(x) - G(x)| = 2 \text{ hay } |c| = 2$$

$$\int_0^4 f(x) dx = F(4) - G(0) + a$$

$$\Leftrightarrow F(4) - F(0) = F(4) - G(0) + a$$

$$\Leftrightarrow -G(0) - c = -G(0) + a$$

$$\Leftrightarrow a = -c$$

$$\Rightarrow a = \pm 2$$

$$\text{Mà } a > 0 \Rightarrow a = 2.$$

Câu 40: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + 2(a+4)x^2 - 1$ với a là tham số thực. Nếu $\max_{[0;2]} f(x) = f(1)$ thì

$\min_{[0;2]} f(x)$ bằng

A. -17.

B. -16.

C. -1.

D. 3

Lời giải

Từ giả thiết ta có $f'(1) = 0$

$$\Rightarrow 4a + 4(a+4) = 0 \Leftrightarrow a = -2 \text{ và } f(x) = -2x^4 + 4x^2 - 1$$

Ta có $f(0) = -1, f(1) = 1, f(2) = -17$

Vậy $\min_{[0;2]} f(x) = f(2) = -17.$

Câu 41: Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng hai số nguyên b thỏa mãn $(4^b - 1)(a \cdot 3^b - 10) < 0$?

A. 182.

B. 179.

C. 180.

D. 181.

Lời giải

Theo đề bài $a \in \mathbb{Z}; a \geq 1$ và $b \in \mathbb{Z}.$

Trường hợp 1:

$$\begin{cases} 4^b - 1 < 0 \\ a \cdot 3^b - 10 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b < 0 \\ b > \log_3 \frac{10}{a} \end{cases}$$

Vì có đúng hai số nguyên b thỏa mãn nên $b \in \{-2; -1\}.$

Do đó $-2 > \log_3 \frac{10}{a} \geq -3 \Leftrightarrow 270 \geq a > 90$ nên $a \in \{91; 92; \dots; 270\}.$ Có 180 giá trị của a thỏa mãn

trường hợp 1.

Trường hợp 2:

$$\begin{cases} 4^b - 1 > 0 \\ a \cdot 3^b - 10 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b > 0 \\ b < \log_3 \frac{10}{a} \end{cases}$$

Vì có đúng hai số nguyên b thỏa mãn nên $b \in \{1; 2\}.$

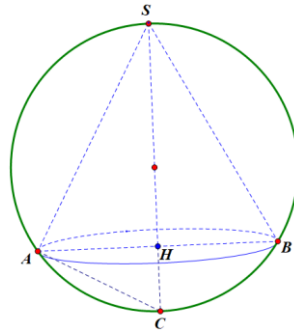
Do đó $3 \geq \log_3 \frac{10}{a} > 2 \Leftrightarrow \frac{10}{9} > a \geq \frac{10}{27}$ nên $a = 1.$ Có 1 giá trị của a thỏa mãn trường hợp 2.

Vậy có $180 + 1 = 181$ giá trị của a thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 42: Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° và chiều cao bằng 3. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng

- A.** 144π . **B.** 108π . **C.** 48π . **D.** 96π .

Lời giải



Gọi H là tâm đáy, AB là đường kính của đáy hình nón và SC là đường kính của mặt cầu (S) .

Khi đó $SH = 3$ và $ASC = 60^\circ$.

$$SA = \frac{SH}{\cos 60^\circ} = 6 \text{ (đvdd)}$$

$$SA^2 = SH \cdot SC \Leftrightarrow 6^2 = 3 \cdot SC \Leftrightarrow SC = 12$$

Bán kính của mặt cầu (S) là $R = 6$ nên diện tích của (S) là $S = 4\pi \cdot 6^2 = 144\pi$ (đvdt).

Câu 43: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $g(x) = \ln f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	$\ln 30$	$\ln 35$	$\ln 3$	$+\infty$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.** $(33;35)$. **B.** $(37;40)$. **C.** $(29;32)$. **D.** $(24;26)$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên hàm số $g(x) = \ln f(x)$ ta có $\ln f(x) \geq \ln 3, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow f(x) \geq 3, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } g'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)}.$$

Từ bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số $y = g(x)$ có 3 điểm cực trị là $A(x_1; \ln 30), B(x_2; \ln 35), C(x_3; \ln 3)$ nên $f'(x_1) = f'(x_2) = f'(x_3) = 0$ và $f(x_1) = 30, f(x_2) = 35, f(x_3) = 3$.

Do $y = f'(x)$ là hàm số bậc 3 nên phương trình $f'(x) = 0$ chỉ có 3 nghiệm x_1, x_2, x_3 .

Xét phương trình hoành độ giao điểm của $f'(x)$ và $g'(x)$ ta có

$$f'(x) = g'(x) \Leftrightarrow f'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) = 1 \text{ (VN)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2 \\ x = x_3 \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ là:

$$S = \int_{x_1}^{x_3} |g'(x) - f'(x)| dx = \int_{x_1}^{x_3} \left| \frac{f'(x)}{f(x)} - f'(x) \right| dx = \int_{x_1}^{x_3} \left| f'(x) \cdot \left(\frac{1}{f(x)} - 1 \right) \right| dx$$

$$= \int_{x_1}^{x_2} \left| f'(x) \cdot \left(\frac{1}{f(x)} - 1 \right) \right| dx + \int_{x_2}^{x_3} \left| f'(x) \cdot \left(\frac{1}{f(x)} - 1 \right) \right| dx$$

+ Tính $I_1 = \int_{x_1}^{x_2} \left| f'(x) \cdot \left(\frac{1}{f(x)} - 1 \right) \right| dx = \int_{x_1}^{x_2} f'(x) \cdot \left(1 - \frac{1}{f(x)} \right) dx$ (do $f'(x) \geq 0, \forall x \in (x_1; x_2)$)

Đặt $t = f(x) \Rightarrow dt = f'(x) dx$.

Đổi cận:

$$x = x_1 \Rightarrow t = f(x_1) = 30.$$

$$x = x_2 \Rightarrow t = f(x_2) = 35.$$

$$\text{Suy ra } I_1 = \int_{30}^{35} \left(1 - \frac{1}{t} \right) dt = (t - \ln|t|) \Big|_{30}^{35} = 35 - \ln 35 - 30 + \ln 30 = 5 + \ln \frac{6}{7}.$$

$$+ \text{ Tính } I_2 = \int_{x_2}^{x_3} \left| f'(x) \cdot \left(\frac{1}{f(x)} - 1 \right) \right| dx = - \int_{x_2}^{x_3} f'(x) \cdot \left(1 - \frac{1}{f(x)} \right) dx$$
 (do $f'(x) \leq 0, \forall x \in (x_2; x_3)$).

Đặt $t = f(x) \Rightarrow dt = f'(x) dx$.

Đổi cận:

$$x = x_2 \Rightarrow t = f(x_2) = 35.$$

$$x = x_3 \Rightarrow t = f(x_3) = 3.$$

$$\text{Suy ra } I_2 = - \int_{35}^3 \left(1 - \frac{1}{t} \right) dt = - (t - \ln|t|) \Big|_{35}^3 = - (3 - \ln 3 - 35 + \ln 35) = 32 - \ln \frac{35}{3}.$$

$$\text{Vậy } S = 5 + \ln \frac{6}{7} + \left(32 - \ln \frac{35}{3} \right) = 37 + \ln \frac{18}{245} \approx 34,39 \in (33; 35).$$

Câu 44: Xét tất cả số thực x, y sao cho $27^{5-y^2} \geq a^{6x-\log_3 a^3}$ với mọi số thực dương a . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 - 4x + 8y$ bằng

A. -15.

B. 25.

C. -5.

D. -20.

Lời giải

Giả sử x, y thỏa $27^{5-y^2} \geq a^{6x-\log_3 a^3}$ với mọi số thực dương a .

$$\text{Ta có } P = x^2 + y^2 - 4x + 8y \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x + 8y - P = 0$$

Suy ra điểm $M(x; y)$ thuộc đường tròn tâm $I(2; -4)$ và bán kính

$$R_1 = \sqrt{2^2 + (-4)^2 + P} = \sqrt{20 + P}.$$

$$27^{5-y^2} \geq a^{6x-\log_3 a^3} \Leftrightarrow (5-y^2).3 \geq (6x-\log_3 a^3) \log_3 a \Leftrightarrow (5-y^2).3 \geq (6x-3\log_3 a) \log_3 a$$

Đặt $t = \log_3 a, t \in \mathbb{R}$.

$$\text{Suy ra } (5-y^2).3 \geq (6x-3t)t \Leftrightarrow -3t^2 + 6xt - 15 + 3y^2 \leq 0$$

Theo đề bài ta có $27^{5-y^2} \geq a^{6x-\log_3 a^3}$ đúng với mọi số thực dương a nên $-3t^2 + 6xt - 15 + 3y^2 \leq 0$ đúng với mọi $t \in \mathbb{R}$.

$$\text{Do đó } \begin{cases} -3 < 0 \\ (3x)^2 + 3(-15 + 3y^2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 9x^2 + 9y^2 - 45 \leq 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \leq 5.$$

Suy ra tập hợp các điểm $M(x; y)$ là hình tròn tâm $O(0;0)$ và bán kính $R_2 = \sqrt{5}$.

Vậy để tồn tại cặp $(x; y)$ thì đường tròn $(I; R_1)$ và hình tròn $(O; \sqrt{5})$ phải có điểm chung

$$\text{Do đó } IO \leq R_1 + \sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{2^2 + (-4)^2} \leq \sqrt{20+P} + \sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{5} \leq \sqrt{20+P} \Leftrightarrow P \geq -15.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là -15 .

Câu 45: Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $2|z_1| = 2|z_2| = |z_3| = 2$ và $(z_1 + z_2)z_3 = 3z_1z_2$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 trên mặt phẳng tọa độ. Diện tích tam giác ABC bằng

- A. $\frac{5\sqrt{7}}{8}$. **B. $\frac{5\sqrt{7}}{16}$.** C. $\frac{5\sqrt{7}}{24}$. D. $\frac{5\sqrt{7}}{32}$.

Lời giải

Không mất tính tổng quát, giả sử $z_3 = 2$.

$$\text{Khi đó } (z_1 + z_2)z_3 = 3z_1z_2 \text{ trở thành } 2(z_1 + z_2) = 3z_1z_2 \Leftrightarrow \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Đặt } \frac{1}{z_1} = x + yi \ (x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow \frac{1}{z_2} = \left(\frac{3}{2} - x\right) - yi.$$

$$\text{Ta có } z_3 = 2 \text{ và } 2|z_1| = 2|z_2| = |z_3| = 2 \text{ nên } |z_1| = |z_2| = 1 \Leftrightarrow \left|\frac{1}{z_1}\right| = \left|\frac{1}{z_2}\right| = 1.$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ \left(\frac{3}{2} - x\right)^2 + y^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{4} \\ y = \frac{\sqrt{7}}{4} \\ y = -\frac{\sqrt{7}}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{2} - x = \frac{3}{4} \\ -y = -\frac{\sqrt{7}}{4} \\ -y = +\frac{\sqrt{7}}{4} \end{cases}$$

$$\text{Do đó } z_1 = \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{7}}{4}i; z_2 = \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{7}}{4}i.$$

$$\text{Nên tọa độ các điểm là } A\left(\frac{3}{4}; \frac{\sqrt{7}}{4}\right); B\left(\frac{3}{4}; -\frac{\sqrt{7}}{4}\right); C(2; 0).$$

$$\text{Diện tích tam giác } ABC \text{ là } S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot d(C; AB) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} \cdot \left(2 - \frac{3}{4}\right) = \frac{5\sqrt{7}}{16}.$$

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Ox sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) là:

- A. $2y - z = 0$. B. $2y + z = 0$. C. $y - z = 0$. **D. $y + z = 0$.**

Lời giải

Gọi hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 2)$ lên trục Ox là $M(1; 0; 0)$.

Kẻ $AH \perp BC$, ta có $AA' \perp (ABC)$ nên $AA' \perp BC$.

$AH \perp BC$ và $AA' \perp BC$ suy ra $BC \perp (AA'H) \Rightarrow A'H \perp BC$.

Suy ra góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là $A'HA \Rightarrow A'HA = 30^\circ$.

$\Delta A'AH$ vuông tại A có

$$\tan A'HA = \frac{AA'}{AH} \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{2a}{AH} \Leftrightarrow AH = \frac{2a}{\tan 30^\circ} = 2a\sqrt{3}.$$

ΔABC vuông cân tại A nên $BC = 2AH = 4a\sqrt{3}$.

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} 2a\sqrt{3} \cdot 4a\sqrt{3} = 12a^2.$$

Vậy thể tích của khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ là.

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số a để hàm số $y = |x^4 + ax^2 - 8x|$ có đúng 3 điểm cực trị?

A. 5.

B. 6.

C. 11.

D. 10.

Lời giải

Xét $g(x) = x^4 + ax^2 - 8x$

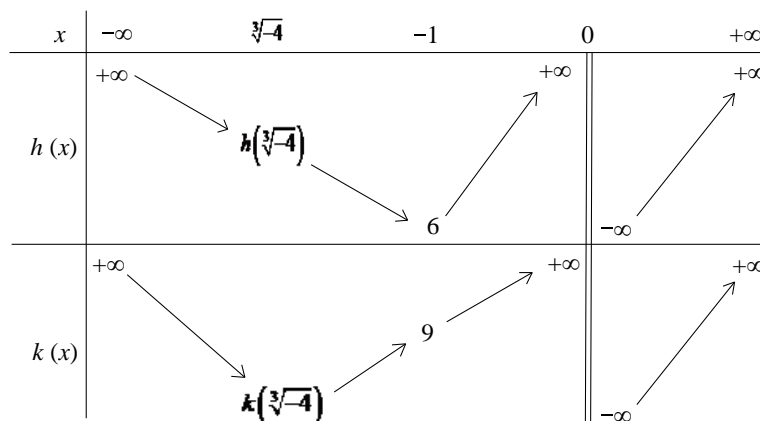
$$g'(x) = 4x^3 + 2ax - 8$$

Xét $g'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 + 2ax - 8 = 0 \Leftrightarrow -a = \frac{2x^3 - 4}{x} = 2x^2 - \frac{4}{x} = h(x)$ (do $x = 0$ không là nghiệm)

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^3 + ax - 8 = 0 \Leftrightarrow -a = \frac{x^3 - 8}{x} = x^2 - \frac{8}{x} = k(x) \end{cases}$$

$$h'(x) = 4x + \frac{4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = -1.$$

$$k'(x) = 2x + \frac{8}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{-4}.$$



Để hàm số $y = |g(x)|$ có đúng 3 cực trị $\Leftrightarrow -a \leq 6 \Leftrightarrow a \geq -6$.

Mà a là số nguyên âm nên $a \in \{-6; -5; -4; -3; -2; -1\}$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) tâm $I(9;3;1)$ bán kính bằng 3. Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc 2 trục Ox, Oz sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S) , đồng thời mặt cầu

ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{13}{2}$. Gọi A là tiếp điểm của MN và (S) , giá trị $AM \cdot AN$ bằng

A. $12\sqrt{3}$.

B. 18.

C. $28\sqrt{3}$.

D. 39.

Lời giải

$$I(9;3;1) \Rightarrow d(I(Oxz)) = 3 = R \Rightarrow (S) \text{ tiếp xúc với } (Oxz).$$

Gọi $M(a;0;0) \in Ox$

$N(0;0;b) \in Oz$

MN tiếp xúc với (S) tại A nên A là hình chiếu của I lên (Oxz) .

Suy ra $A(9;0;1)$.

Gọi K là trung điểm $MN \Rightarrow K\left(\frac{a}{2};0;\frac{b}{2}\right)$.

Gọi H là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN \Rightarrow OH = \frac{13}{2} \Rightarrow HK \perp MN$.

Gọi T là trung điểm $OM \Rightarrow \left. \begin{matrix} OM \perp KT \\ OM \perp HT \end{matrix} \right\} \Rightarrow OM \perp (KHT) \Rightarrow OM \perp HK \Rightarrow HK \perp (OMN)$

Mà $IA \perp (OMN) \Rightarrow HK // IA$.

Ta có $\vec{AI} = (0;3;0)$

$\vec{KH} = \left(x_H - \frac{a}{2}; y_H - 0; z_H - \frac{b}{2}\right)$.

\vec{AI} cùng phương \vec{KH} nên $\begin{cases} x_H = \frac{a}{2} \\ y_H = c \ (c \neq 0) \\ z_H = \frac{b}{2} \end{cases}$

$\Rightarrow H\left(\frac{a}{2}; c; \frac{b}{2}\right)$

$OH = \frac{13}{2} \Rightarrow \frac{a^2}{4} + c^2 + \frac{b^2}{4} = \frac{169}{4} \quad (1)$

$HI = OH = \frac{13}{2} \Rightarrow \left(\frac{a}{2} - 9\right)^2 + (c - 3)^2 + \left(\frac{b}{2} - 1\right)^2 = \frac{169}{4} \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{a^2}{4} + c^2 + \frac{b^2}{4} = \left(\frac{a}{2} - 9\right)^2 + (c - 3)^2 + \left(\frac{b}{2} - 1\right)^2$

$\Rightarrow 9a + b + 6c = 91 \quad (3)$

$\vec{AM} = (a - 9; 0; -1)$

$\vec{AN} = (-9; 0; b - 1)$

A, M, N thẳng hàng $\Rightarrow \frac{a - 9}{-9} = \frac{-1}{b - 1}$

$$\Leftrightarrow (a-2)(b-1) = 9$$

$$\Leftrightarrow ab - a - 9b + 9 = 9$$

$$\Leftrightarrow ab - a - 9b = 0$$

$$\Leftrightarrow a(b-1) = 9b$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{9b}{b-1}$$

Từ (3) $\Rightarrow 9 \cdot \frac{9b}{b-1} + b + 6c = 91$

$$\frac{81b}{b-1} + b + 6c = 91$$

$$\Leftrightarrow \frac{b^2 + 80b}{b-1} + 6c = 91 \Leftrightarrow 6c = 91 - \frac{b^2 + 80b}{b-1} = \frac{-b^2 + 11b - 91}{b-1}$$

$$\Leftrightarrow c = \frac{-b^2 + 11b - 91}{6(b-1)}$$

Ta có $a^2 + 4c^2 + b^2 = 169$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{9b}{b-1}\right)^2 + 4\left(\frac{-b^2 + 11b - 91}{6(b-1)}\right)^2 + b^2 = 169$$

$$\Leftrightarrow 9 \cdot 81b^2 + (b^4 + 121b^2 + 8281 - 22b^3 + 182b^2 - 2002b) + 9b^2(b-1)^2 = 169 \cdot 9 \cdot (b-1)^2$$

$$\Leftrightarrow 729b^2 + b^4 + 121b^2 + 8281 - 22b^3 + 182b^2 - 2002b + 9b^4 - 18b^3 + 9b^2 = 1521b^2 - 3042b + 1521$$

$$\Leftrightarrow 10b^4 - 40b^3 - 480b^2 + 1040b + 6760 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 + 3\sqrt{3} \Rightarrow a = \frac{9(1+3\sqrt{3})}{3\sqrt{3}} = 9 + \sqrt{3} \\ b = 1 - 3\sqrt{3} \Rightarrow a = \frac{9(1-3\sqrt{3})}{-3\sqrt{3}} = 9 - \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 + 3\sqrt{3} \Rightarrow a = \frac{9(1+3\sqrt{3})}{3\sqrt{3}} = 9 + \sqrt{3} \\ b = 1 - 3\sqrt{3} \Rightarrow a = \frac{9(1-3\sqrt{3})}{-3\sqrt{3}} = 9 - \sqrt{3} \end{cases}$$

+ Trường hợp 1: $a = 9 + \sqrt{3}; b = 1 + 3\sqrt{3} \Rightarrow \overline{AM} = (\sqrt{3}; 0; -1) \Rightarrow AM = 2.$

$$\Rightarrow \overline{AN} = (-9; 0; 3\sqrt{3}) \Rightarrow AN = \sqrt{108}.$$

$$AM \cdot AN = 2 \cdot \sqrt{108} = 12\sqrt{3}.$$

+ Trường hợp 2: $a = 9 - \sqrt{3}; b = 1 - 3\sqrt{3} \Rightarrow \overline{AM} = (-\sqrt{3}; 0; -1) \Rightarrow AM = 2.$

$$\Rightarrow \overline{AN} = (-9; 0; -3\sqrt{3}) \Rightarrow AN = \sqrt{108}.$$

$$AM \cdot AN = 2 \cdot \sqrt{108} = 12\sqrt{3}.$$