

**TRUNG TÂM LUYỆN THI NHQ KỶ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2022**

ĐỀ THI TN THPT NĂM 2022

Bài thi: TOÁN

(Đề thi có 6 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh: .....

Mã đề thi 104

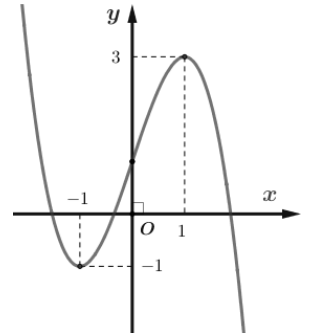
Số báo danh: .....

**Câu 1:** Số phức nào dưới đây có phần ảo bằng phần ảo của số phức  $w = 1 - 4i$  ?

- A.  $z_1 = 5 - 4i$ .      B.  $z_4 = 1 + 4i$ .      C.  $z_3 = 1 - 5i$ .      D.  $z_2 = 3 + 4i$ .

**Câu 2:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

- A. (1;3).  
B. (3;1).  
C. (-1;-1).  
D. (1;-1).



**Câu 3:** Phần ảo của số phức  $z = (2 - i)(1 + i)$  bằng

- A. -3.      B. 1.      C. 3.      D. -1.

**Câu 4:** Nếu  $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$  và  $\int_2^5 f(x) dx = -5$  thì  $\int_{-1}^5 f(x) dx$  bằng

- A. 7.      B. -3.      C. -7.      D. 4.

**Câu 5:** Cho khối chóp  $S.ABC$  có chiều cao bằng 5, đáy  $ABC$  có diện tích bằng 6. Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng

- A. 30.      B. 10.      C. 15.      D. 11.

**Câu 6:** Cho khối chóp và khối lăng trụ có diện tích đáy, chiều cao tương ứng bằng nhau và có thể tích lần lượt là  $V_1, V_2$ . Tỉ số  $\frac{V_1}{V_2}$  bằng

- A.  $\frac{2}{3}$ .      B.  $\frac{3}{2}$ .      C. 3.      D.  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 7:** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log(100a)$  bằng

- A.  $2 - \log a$ .      B.  $2 + \log a$ .      C.  $1 - \log a$ .      D.  $1 + \log a$ .

**Câu 8:** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

$x$	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
$y'$		-	0	+	0	-
$y$	$+\infty$			2		$-\infty$

Arrows indicate the function values at the critical points: from  $+\infty$  at  $x = -1$  to  $-2$  at  $x = 1$ , and from  $2$  at  $x = 1$  to  $-\infty$  as  $x \rightarrow +\infty$ .

- A.  $y = x^3 - 3x$ .      B.  $y = x^2 - 2x$ .      C.  $y = -x^3 + 3x$ .      D.  $y = -x^2 + 2x$ .

**Câu 9:** Số nghiệm thực của phương trình  $2^{x^2+1} = 4$  là

- A. 1.      B. 2.      C. 0.      D. 3.

**Câu 10:** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình của mặt phẳng  $(Oxy)$  là

- A.  $y = 0$ .                      B.  $x = 0$ .                      C.  $x + y = 0$ .                      D.  $z = 0$ .

**Câu 11:** Hàm số  $F(x) = \cot x$  là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ ?

- A.  $f_2(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$ .                      B.  $f_1(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$ .                      C.  $f_3(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$ .                      D.  $f_4(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$	$+\infty$		$0$	$3$	$0$		$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; -1)$ .                      B.  $(0; 3)$ .                      C.  $(0; +\infty)$ .                      D.  $(-1; 0)$ .

**Câu 13:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$ . Điểm nào dưới đây thuộc  $d$ ?

- A.  $P(2; 1; -1)$ .                      B.  $M(1; 2; 3)$ .                      C.  $Q(2; 1; 1)$ .                      D.  $N(1; -2; 3)$ .

**Câu 14:** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức  $z = 2 + 7i$  có tọa độ là

- A.  $(2; -7)$ .                      B.  $(-2; -7)$ .                      C.  $(7; 2)$ .                      D.  $(2; 7)$ .

**Câu 15:** Cho điểm  $M$  nằm ngoài mặt cầu  $S(O; R)$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $OM < R$ .                      B.  $OM = R$ .                      C.  $OM > R$ .                      D.  $OM \leq R$ .

**Câu 16:** Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\int e^x dx = e^x + C$ .                      B.  $\int e^x dx = xe^x + C$ .                      C.  $\int e^x dx = -e^{x+1} + C$ .                      D.  $\int e^x dx = e^{x+1} + C$ .

**Câu 17:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vector  $\vec{u} = (1; -4; 0)$  và  $\vec{v} = (-1; -2; 1)$ . Vector  $\vec{u} + 3\vec{v}$  có tọa độ là

- A.  $(-2; -10; 3)$ .                      B.  $(-2; -6; 3)$ .                      C.  $(-4; -8; 4)$ .                      D.  $(-2; -10; -3)$ .

**Câu 18:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$   $u_1 = 3$  và công bội  $q = 2$ . Số hạng tổng quát  $u_n$  ( $n \geq 2$ ) bằng

- A.  $3 \cdot 2^n$ .                      B.  $3 \cdot 2^{n+2}$ .                      C.  $3 \cdot 2^{n+1}$ .                      D.  $3 \cdot 2^{n-1}$ .

**Câu 19:** Cho  $a = 3^{\sqrt{5}}$ ,  $b = 3^2$  và  $c = 3^{\sqrt{6}}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $a < b < c$ .                      B.  $a < c < b$ .                      C.  $c < a < b$ .                      D.  $b < a < c$ .

**Câu 20:** Cho khối nón có diện tích đáy  $3a^2$  và chiều cao  $2a$ . Thể tích của khối nón đã cho là

- A.  $3a^3$ .                      B.  $6a^3$ .                      C.  $2a^3$ .                      D.  $\frac{2}{3}a^3$ .

**Câu 21:** Nếu  $\int_0^3 f(x) dx = 6$  thì  $\int_0^3 \left[ \frac{1}{3} f(x) + 2 \right] dx$  bằng

- A. 6.                      B. 5.                      C. 9.                      D. 8.

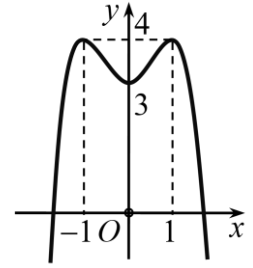
**Câu 22:** Tập xác định của hàm số  $y = \log_2(x-1)$  là

- A.  $(2; +\infty)$ .                      B.  $(-\infty; +\infty)$ .                      C.  $(-\infty; 1)$ .                      D.  $(1; +\infty)$ .

**Câu 23:** Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị là đường cong trong hình bên.

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 3.
- B. 4.
- C. -1.
- D. 1.



**Câu 24:** Nghiệm của phương trình  $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) = 0$  là

- A.  $x = 1$ .
- B.  $x = \frac{3}{4}$ .
- C.  $x = \frac{2}{3}$ .
- D.  $x = \frac{1}{2}$ .

**Câu 25:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$+\infty$
$y'$	-	-	-
$y$	-1	$+\infty$	-1

$\swarrow$   $-\infty$        $\searrow$   $-\infty$

Tiệm cận đứng của đồ thị đã cho là đường thẳng có phương trình:

- A.  $y = -1$ .
- B.  $y = -2$ .
- C.  $x = -2$ .
- D.  $x = -1$ .

**Câu 26:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$ . Tâm của  $(S)$  có tọa độ là

- A.  $(-2; 1; -3)$ .
- B.  $(-4; 2; -6)$ .
- C.  $(4; -2; 6)$ .
- D.  $(2; -1; 3)$ .

**Câu 27:** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 lập được bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số đôi một khác nhau?

- A. 3125.
- B. 1.
- C. 120.
- D. 5.

**Câu 28:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$y'$	-	0	+	0
$y$	$+\infty$	$-\infty$	3	$-\infty$

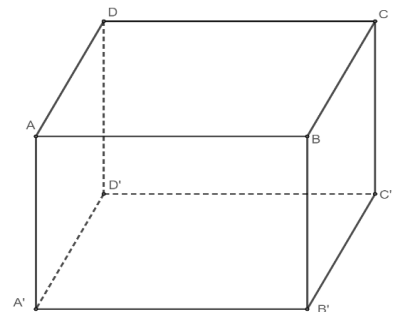
$\swarrow$   $-\infty$        $\searrow$   $-\infty$

Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và đường thẳng  $y = 1$  là

- A. 2.
- B. 1.
- C. 3.
- D. 0.

**Câu 29:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  (tham khảo hình vẽ bên dưới). Giá trị sin của góc giữa đường thẳng  $AC'$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .
- B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .
- D.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .



**Câu 30:** Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn  $[30;50]$ . Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục bằng

- A.  $\frac{11}{21}$ .                      B.  $\frac{13}{21}$ .                      C.  $\frac{10}{21}$ .                      D.  $\frac{8}{21}$ .

**Câu 31:** Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý và  $a \neq 1$ ,  $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3}$  bằng

- A.  $\log_a b$ .                      B.  $-3\log_a b$ .                      C.  $\frac{1}{3}\log_a b$ .                      D.  $3\log_a b$ .

**Câu 32:** Cho hàm số  $f(x) = 1 + e^{2x}$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $\int f(x)dx = x + \frac{1}{2}e^x + C$ .                      B.  $\int f(x)dx = x + 2e^{2x} + C$ .  
C.  $\int f(x)dx = x + e^{2x} + C$ .                      D.  $\int f(x)dx = x + \frac{1}{2}e^{2x} + C$ .

**Câu 33:** Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 - 2z + 5 = 0$ . Khi đó  $z_1^2 + z_2^2$  bằng

- A. 6.                      B.  $-8i$ .                      C.  $8i$ .                      D.  $-6$ .

**Câu 34:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x + 1$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

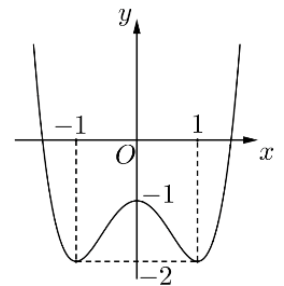
- A.  $(-\infty; -1)$ .                      B.  $(-\infty; 1)$ .                      C.  $(-1; +\infty)$ .                      D.  $(1; +\infty)$ .

**Câu 35:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1;2;3)$ . Phương trình của mặt cầu tâm  $A$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $x - 2y + 2z + 3 = 0$  là

- A.  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2$ .                      B.  $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 2$ .  
C.  $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 4$ .                      D.  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$ .

**Câu 36:** Cho hàm số  $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn  $[-2;5]$  của tham số  $m$  để phương trình  $f(x) = m$  có đúng 2 nghiệm thực phân biệt?

- A. 7.                      B. 6.  
C. 5.                      D. 1.

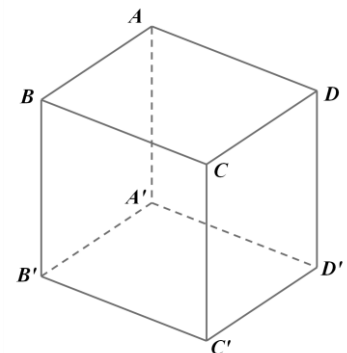


**Câu 37:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(2; -2; 1)$  và mặt phẳng. Đường thẳng đi qua  $M$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  có phương trình là

- A.  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$ .                      B.  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$ .                      C.  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$ .                      D.  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$ .

**Câu 38:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng 3 (tham khảo hình bên dưới). Khoảng cách từ  $B$  đến mặt phẳng  $(ACC'A')$  bằng

- A. 3.                      B.  $3\sqrt{2}$ .  
C.  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ .                      D.  $\frac{3}{2}$ .



**Câu 39:** Có bao nhiêu số nguyên dương  $a$  sao cho với mỗi  $a$  có đúng hai số nguyên  $b$  thỏa mãn  $(3^b - 3)(a \cdot 2^b - 16) < 0$

- A. 34.                                      B. 32.                                      C. 31.                                      D. 33.

**Câu 40:** Cho hàm số  $f(x) = (a+3)x^4 - 2ax^2 + 1$  với  $a$  là tham số thực. Nếu  $\max_{[0;3]} f(x) = f(2)$  thì  $\min_{[0;3]} f(x)$  bằng

- A. -9.                                      B. 4.                                      C. 1.                                      D. -8.

**Câu 41:** Biết  $F(x)$  và  $G(x)$  là hai nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$  và  $\int_0^2 f(x)dx = F(2) - G(0) + a$  ( $a > 0$ ). Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = F(x)$ ,  $y = G(x)$ ,  $x = 0$  và  $x = 2$ , Khi  $S = 6$  thì  $a$  bằng

- A. 4.                                      B. 6.                                      C. 3.                                      D. 8.

**Câu 42:** Cho các số phức  $z_1, z_2, z_3$  thỏa mãn  $2|z_1| = 2|z_2| = |z_3| = 2$  và  $(z_1 + z_2)z_3 = 2z_1z_2$ . Gọi  $A, B, C$  lần lượt là các điểm biểu diễn của  $z_1, z_2, z_3$  trên mặt phẳng tọa độ. Diện tích tam giác  $ABC$  bằng

- A.  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ .                                      B.  $\frac{3}{8}$ .                                      C.  $\frac{3\sqrt{3}}{8}$ .                                      D.  $\frac{3}{4}$ .

**Câu 43:** Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ , cạnh bên  $AA' = 2a$ , góc giữa hai mặt phẳng  $(A'BC)$  và  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.  $\frac{8}{9}a^3$ .                                      B.  $8a^3$ .                                      C.  $\frac{8}{3}a^3$ .                                      D.  $24a^3$ .

**Câu 44:** Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng  $120^\circ$  và chiều cao bằng 2. Gọi  $(S)$  là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của  $(S)$  bằng

- A.  $\frac{16\pi}{3}$ .                                      B.  $\frac{64\pi}{3}$ .                                      C.  $64\pi$ .                                      D.  $48\pi$ .

**Câu 45:** Xét tất cả các số thực  $x, y$  sao cho  $8^{9-y^2} \geq a^{6x-\log_2 a^3}$  với mọi số thực dương  $a$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = x^2 + y^2 - 6x - 8y$  bằng

- A. -21.                                      B. -6.                                      C. -25.                                      D. 39.

**Câu 46:** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$ . Biết rằng hàm số  $g(x) = \ln f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	$\ln 12$	$\ln \frac{199}{16}$	$\ln 4$	$+\infty$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f'(x)$  và  $y = g'(x)$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. (7;8).                                      B. (6;7).                                      C. (8;9).                                      D. (10;11).

- Câu 47:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2;1;1)$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng chứa trục  $Oy$  sao cho khoảng cách từ  $A$  đến  $(P)$  lớn nhất. Phương trình của  $(P)$  là
- A.  $x+z=0$ .                      B.  $x-z=0$ .                      C.  $2x+z=0$ .                      D.  $2x-z=0$ .
- Câu 48:** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa  $|z^2|=2|z-\bar{z}|$  và  $|(z+4)(\bar{z}+4i)|=|z-4i|^2$ .
- A. 4.                                      B. 2.                                      C. 1                                      D. 3.
- Câu 49:** Có bao nhiêu số nguyên dương của tham số  $m$  để hàm số  $y=|x^4-mx^2-64x|$  có đúng 3 điểm cực trị?
- A. 23.                                      B. 12.                                      C. 24.                                      D. 11.
- Câu 50:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  tâm  $I(1;4;2)$ , bán kính bằng 2. Gọi  $M, N$  là hai điểm lần lượt thuộc hai trục  $Ox, Oy$  sao cho đường thẳng  $MN$  tiếp xúc với  $(S)$ , đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $OIMN$  có bán kính bằng  $\frac{7}{2}$ . Gọi  $A$  là tiếp điểm của  $MN$  và  $(S)$ , giá trị  $AM \cdot AN$  bằng
- A.  $9\sqrt{2}$ .                                      B. 14.                                      C.  $6\sqrt{2}$ .                                      D. 8.



**ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT  
BẢNG ĐÁP ÁN**

1.A	2.C	3.B	4.B	5.B	6.D	7.B	8.C	9.B	10.D
11.C	12.D	13.A	14.D	15.C	16.A	17.A	18.D	19.D	20.C
21.D	22.D	23.A	24.A	25.C	26.D	27.C	28.C	29.A	30.A
31.D	32.D	33.D	34.A	35.D	36.A	37.C	38.C	39.D	40.D
41.C	42.A	43.C	44.C	45.A	46.A	47.C	48.A	49.C	50.C

**LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**Câu 1:** Số phức nào dưới đây có phần ảo bằng phần ảo của số phức  $w = 1 - 4i$  ?

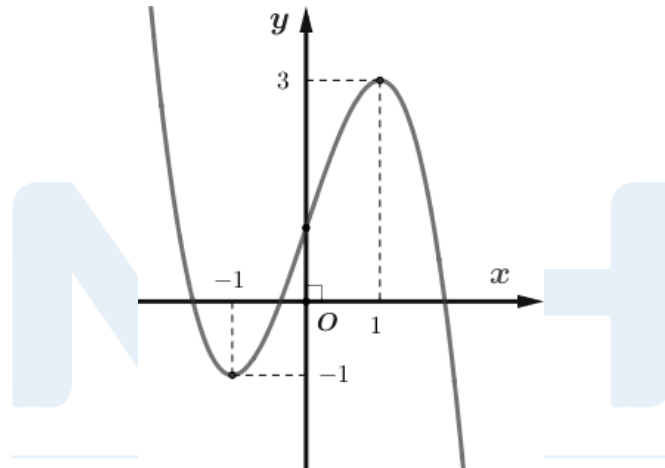
- A.**  $z_1 = 5 - 4i$ .      **B.**  $z_4 = 1 + 4i$ .      **C.**  $z_3 = 1 - 5i$ .      **D.**  $z_2 = 3 + 4i$ .

**Lời giải**

Số phức  $w = 1 - 4i$  có phần ảo bằng  $-4$ .

Trong các số phức đã cho, số phức  $z_1 = 5 - 4i$  cũng có phần ảo bằng  $-4$ .

**Câu 2:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

- A.**  $(1; 3)$ .      **B.**  $(3; 1)$ .      **C.**  $(-1; -1)$ .      **D.**  $(1; -1)$ .

**Lời giải**

Từ đồ thị hàm số bậc ba  $y = f(x)$ , ta có điểm cực tiểu của đồ thị hàm số có tọa độ là  $(-1; -1)$ .

**Câu 3:** Phần ảo của số phức  $z = (2 - i)(1 + i)$  bằng

- A.**  $-3$ .      **B.**  $1$ .      **C.**  $3$ .      **D.**  $-1$ .

**Lời giải**

Ta có:  $z = (2 - i)(1 + i) = 3 + i$ .

Vậy phần ảo của số phức  $z$  bằng  $1$ .

**Câu 4:** Nếu  $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$  và  $\int_2^5 f(x) dx = -5$  thì  $\int_{-1}^5 f(x) dx$  bằng

- A.**  $7$ .      **B.**  $-3$ .      **C.**  $-7$ .      **D.**  $4$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\int_{-1}^5 f(x) dx = \int_{-1}^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx = 2 + (-5) = -3$ .

- Câu 5:** Cho khối chóp  $S.ABC$  có chiều cao bằng 5, đáy  $ABC$  có diện tích bằng 6. Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng
- A. 30.                      **B. 10.**                      C. 15.                      D. 11.

**Lời giải**

Thể tích khối chóp  $S.ABC$  là  $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.5.6 = 10.$

- Câu 6:** Cho khối chóp và khối lăng trụ có diện tích đáy, chiều cao tương ứng bằng nhau và có thể tích lần lượt là  $V_1, V_2$ . Tỉ số  $\frac{V_1}{V_2}$  bằng
- A.  $\frac{2}{3}$ .                      B.  $\frac{3}{2}$ .                      C. 3.                      **D.  $\frac{1}{3}$ .**

**Lời giải**

Gọi đường cao, diện tích đáy lần lượt là  $h, B$ .

Khi đó áp dụng công thức thể tích khối chóp, khối lăng trụ ta được  $V_1 = \frac{1}{3}B.h$  và  $V_2 = B.h$ .

Suy ra:  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3}B.h}{B.h} = \frac{1}{3}.$

- Câu 7:** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log(100a)$  bằng
- A.  $2 - \log a$ .                      **B.  $2 + \log a$ .**                      C.  $1 - \log a$ .                      D.  $1 + \log a$ .

**Lời giải**

Với  $a > 0$ , ta có

$\log(100a) = \log 100 + \log a = \log 10^2 + \log a = 2 + \log a.$

- Câu 8:** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$			
$y'$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	
$y$	$+\infty$		$-2$		$2$		$-\infty$

- A.  $y = x^3 - 3x$ .                      B.  $y = x^2 - 2x$ .                      **C.  $y = -x^3 + 3x$ .**                      D.  $y = -x^2 + 2x$ .

**Lời giải**

Dựa vào bảng biến thiên trên, ta nhận thấy đây là hàm số bậc ba có dạng  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  với  $a \neq 0$ .

Mà  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (ax^3 + bx^2 + cx + d) = -\infty \Rightarrow a < 0.$

Do đó có duy nhất hàm số  $y = -x^3 + 3x$  thỏa mãn.

- Câu 9:** Số nghiệm thực của phương trình  $2^{x^2+1} = 4$  là
- A. 1.                      **B. 2.**                      C. 0.                      D. 3.

**Lời giải**

Ta có  $2^{x^2+1} = 4 \Leftrightarrow x^2 + 1 = 2 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1.$



**Câu 10:** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình của mặt phẳng  $(Oxy)$  là

- A.  $y = 0$ .                      B.  $x = 0$ .                      C.  $x + y = 0$ .                      **D.  $z = 0$ .**

**Lời giải**

Phương trình của mặt phẳng  $(Oxy)$  là  $z = 0$ .

**Câu 11:** Hàm số  $F(x) = \cot x$  là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ ?

- A.  $f_2(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$ .                      B.  $f_1(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$ .                      **C.  $f_3(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$ .**                      D.  $f_4(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\int -\frac{1}{\sin^2 x} dx = \cot x + C$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$	$+\infty$		$0$	$3$	$0$		$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; -1)$ .                      B.  $(0; 3)$ .                      C.  $(0; +\infty)$ .                      **D.  $(-1; 0)$ .**

**Lời giải**

Ta có đồ thị tăng trên khoảng  $(-1; 0)$ , nên đó là đáp án đúng.

**Câu 13:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$ . Điểm nào dưới đây thuộc  $d$ ?

- A.  $P(2; 1; -1)$ .**                      B.  $M(1; 2; 3)$ .                      C.  $Q(2; 1; 1)$ .                      D.  $N(1; -2; 3)$ .

**Lời giải**

Thay tọa độ điểm  $P(2; 1; -1)$  vào phương trình đường thẳng  $(d)$  ta có:

$$\frac{2-2}{1} = \frac{1-1}{-2} = \frac{-1+1}{3} \Leftrightarrow \frac{0}{1} = \frac{0}{-2} = \frac{0}{3} = 0 \text{ (thỏa mãn).}$$

Thay tọa độ điểm  $M(1; 2; 3)$  vào phương trình đường thẳng  $(d)$  ta có:

$$\frac{1-2}{1} = \frac{2-1}{-2} = \frac{3+1}{3} \Leftrightarrow \frac{-1}{1} = \frac{1}{-2} = \frac{4}{3} \text{ (vô lí).}$$

Thay tọa độ điểm  $Q(2; 1; 1)$  vào phương trình đường thẳng  $(d)$  ta có:

$$\frac{2-2}{1} = \frac{1-1}{-2} = \frac{1+1}{3} \Leftrightarrow \frac{0}{1} = \frac{0}{-2} = \frac{2}{3} \text{ (vô lí).}$$

Thay tọa độ điểm  $N(1; -2; 3)$  vào phương trình đường thẳng  $(d)$  ta có:

$$\frac{1-2}{1} = \frac{-2-1}{-2} = \frac{3+1}{3} \Leftrightarrow \frac{-1}{1} = \frac{-3}{-2} = \frac{4}{3} \text{ (vô lí).}$$

Vậy điểm  $P(2; 1; -1)$  thuộc đường thẳng  $(d)$ .

- Câu 14:** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức  $z = 2 + 7i$  có tọa độ là  
**A.**  $(2; -7)$ .      **B.**  $(-2; -7)$ .      **C.**  $(7; 2)$ .      **D.**  $(2; 7)$ .

**Lời giải**

Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức  $z = 2 + 7i$  có tọa độ là  $(2; 7)$ .

- Câu 15:** Cho điểm  $M$  nằm ngoài mặt cầu  $S(O; R)$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?  
**A.**  $OM < R$ .      **B.**  $OM = R$ .      **C.**  $OM > R$ .      **D.**  $OM \leq R$ .

**Lời giải**

$M$  nằm ngoài mặt cầu  $S(O; R) \Leftrightarrow OM > R$ .

- Câu 16:** Khẳng định nào sau đây đúng?  
**A.**  $\int e^x dx = e^x + C$ .      **B.**  $\int e^x dx = xe^x + C$ .      **C.**  $\int e^x dx = -e^{x+1} + C$ .      **D.**  $\int e^x dx = e^{x+1} + C$ .

**Lời giải**

$$\int e^x dx = e^x + C.$$

- Câu 17:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{u} = (1; -4; 0)$  và  $\vec{v} = (-1; -2; 1)$ . Vectơ  $\vec{u} + 3\vec{v}$  có tọa độ là  
**A.**  $(-2; -10; 3)$ .      **B.**  $(-2; -6; 3)$ .      **C.**  $(-4; -8; 4)$ .      **D.**  $(-2; -10; -3)$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } 3\vec{v} = (-3; -6; 3).$$

$$\text{Do đó } \vec{u} + 3\vec{v} = (-2; -10; 3).$$

- Câu 18:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$   $u_1 = 3$  và công bội  $q = 2$ . Số hạng tổng quát  $u_n$  ( $n \geq 2$ ) bằng  
**A.**  $3.2^n$ .      **B.**  $3.2^{n+2}$ .      **C.**  $3.2^{n+1}$ .      **D.**  $3.2^{n-1}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 3.2^{n-1}.$$

- Câu 19:** Cho  $a = 3^{\sqrt{5}}$ ,  $b = 3^2$  và  $c = 3^{\sqrt{6}}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?  
**A.**  $a < b < c$ .      **B.**  $a < c < b$ .      **C.**  $c < a < b$ .      **D.**  $b < a < c$ .

**Lời giải**

Ta có  $2 < \sqrt{5} < \sqrt{6}$  mà cơ số  $3 > 1$  nên  $3^2 < 3^{\sqrt{5}} < 3^{\sqrt{6}}$  hay  $b < a < c$ .

- Câu 20:** Cho khối nón có diện tích đáy  $3a^2$  và chiều cao  $2a$ . Thể tích của khối nón đã cho là  
**A.**  $3a^3$ .      **B.**  $6a^3$ .      **C.**  $2a^3$ .      **D.**  $\frac{2}{3}a^3$ .

**Lời giải**

$$\text{Thể tích của khối nón đã cho là } V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3a^2 \cdot 2a = 2a^3.$$

- Câu 21:** Nếu  $\int_0^3 f(x) dx = 6$  thì  $\int_0^3 \left[ \frac{1}{3} f(x) + 2 \right] dx$  bằng  
**A.** 6.      **B.** 5.      **C.** 9.      **D.** 8.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \int_0^3 \left[ \frac{1}{3} f(x) + 2 \right] dx = \frac{1}{3} \int_0^3 f(x) dx + \int_0^3 2 dx = 2 + 6 = 8.$$

**Câu 22:** Tập xác định của hàm số  $y = \log_2(x-1)$  là

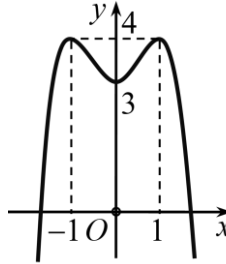
- A.  $(2; +\infty)$ .      B.  $(-\infty; +\infty)$ .      C.  $(-\infty; 1)$ .      **D.  $(1; +\infty)$ .**

**Lời giải**

Điều kiện:  $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$ .

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là  $D = (1; +\infty)$ .

**Câu 23:** Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng



- A. 3.**      B. 4.      C. -1.      D. 1.

**Lời giải**

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho ta dễ dàng thấy giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng 3.

**Câu 24:** Nghiệm của phương trình  $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) = 0$  là

- A.  $x = 1$ .**      B.  $x = \frac{3}{4}$ .      C.  $x = \frac{2}{3}$ .      D.  $x = \frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

$$\text{Có } \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1=1 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x=1.$$

Vậy nghiệm phương trình đã cho là  $x = 1$ .

**Câu 25:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$+\infty$
$y'$	-		-
$y$	$-1$	$+\infty$	$-1$

Tiệm cận đứng của đồ thị đã cho là đường thẳng có phương trình:

- A.  $y = -1$ .      B.  $y = -2$ .      **C.  $x = -2$ .**      D.  $x = -1$ .

**Lời giải**

Từ bảng biến thiên ta có  $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = -\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = +\infty$ , suy ra đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = -2$ .

**Câu 26:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$ . Tâm của  $(S)$  có tọa độ là

- A.  $(-2; 1; -3)$ .      B.  $(-4; 2; -6)$ .      C.  $(4; -2; 6)$ .      **D.  $(2; -1; 3)$ .**

**Lời giải**

Mặt cầu  $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$  có tâm  $I(2; -1; 3)$ .

- Câu 27:** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 lập được bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số đôi một khác nhau?  
**A.** 3125.                      **B.** 1.                      **C. 120.**                      **D.** 5.

**Lời giải**

Số các số tự nhiên có năm chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 là hoán vị của 5 phần tử nên có  $5! = 120$  (số).

- Câu 28:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$y'$	-	0	+	0	-
$y$	$+\infty$		3		$-\infty$

Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và đường thẳng  $y = 1$  là

- A.** 2.                      **B.** 1.                      **C. 3.**                      **D.** 0.

**Lời giải**

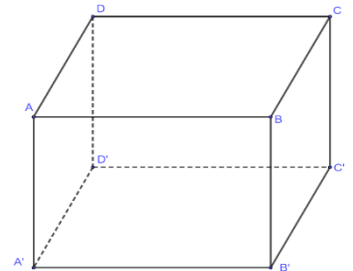
Ta vẽ đường thẳng  $y = 1$

$x$	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$y'$	-	0	+	0	-
$y$	$+\infty$		3		$-\infty$

Đường thẳng  $y = 1$  cắt đồ thị hàm số tại 3 giao điểm.

- Câu 29:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  (tham khảo hình vẽ bên dưới). Giá trị sin của góc giữa đường thẳng  $AC'$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng

- A.**  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .                      **B.**  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .  
**C.**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      **D.**  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .



**Lời giải**

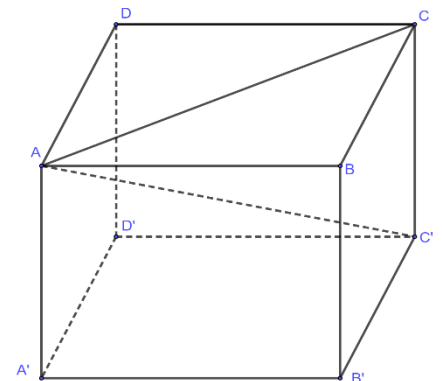
Hình chiếu của đường thẳng  $AC'$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  là đường thẳng  $AC$  suy ra góc giữa đường thẳng  $AC'$  và mặt phẳng  $(ABCD)$ , suy ra  $(CA', (ACBCD)) = (CA, CA') = \angle CAC'$

Gọi cạnh hình lập phương bằng 1, suy ra  $AC = \sqrt{2}$ .

Xét tam giác vuông  $CAC'$  vuông tại C ta có:

$$AC' = \sqrt{CC'^2 + AC^2} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + 1} = \sqrt{3}.$$

$$\text{Suy ra: } \sin(\angle CAC') = \frac{CC'}{AC'} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$



**Câu 30:** Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn  $[30;50]$ . Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục bằng

- A.  $\frac{11}{21}$ .                      B.  $\frac{13}{21}$ .                      C.  $\frac{10}{21}$ .                      D.  $\frac{8}{21}$ .

**Lời giải**

Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn  $[30;50]$ , nên ta có số phần tử của không gian mẫu:  $n(\Omega) = 50 - 30 + 1 = 21$ .

Gọi A “Biến cố để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục”.

**TH1:** Chữ số hàng chục là 3, có 6 cách chọn số tự nhiên có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục  $\{34, 35, 36, 37, 38, 39\}$ .

**TH2:** Chữ số hàng chục là 4, có 5 cách chọn số tự nhiên có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục  $\{45, 46, 47, 48, 49\}$ .

Suy ra  $n(A) = 6 + 5 = 11$ .

Xác suất của biến cố A:  $P(A) = \frac{11}{21}$ .

**Câu 31:** Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý và  $a \neq 1$ ,  $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3}$  bằng

- A.  $\log_a b$ .                      B.  $-3\log_a b$ .                      C.  $\frac{1}{3}\log_a b$ .                      D.  $3\log_a b$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3} = \log_{a^{-1}} b^{-3} = 3\log_a b$ .

**Câu 32:** Cho hàm số  $f(x) = 1 + e^{2x}$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $\int f(x)dx = x + \frac{1}{2}e^x + C$ .                      B.  $\int f(x)dx = x + 2e^{2x} + C$ .  
C.  $\int f(x)dx = x + e^{2x} + C$ .                      D.  $\int f(x)dx = x + \frac{1}{2}e^{2x} + C$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\int f(x)dx = \int (1 + e^{2x})dx = x + \frac{1}{2}e^{2x} + C$ .

**Câu 33:** Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 - 2z + 5 = 0$ . Khi đó  $z_1^2 + z_2^2$  bằng

- A. 6.                      B.  $-8i$ .                      C.  $8i$ .                      D.  $-6$ .

**Lời giải**

Vì  $z_1, z_2$  là hai nghiệm của phương trình  $z^2 - 2z + 5 = 0$  nên ta có: 
$$\begin{cases} z_1 + z_2 = -\frac{b}{a} = 2 \\ z_1 \cdot z_2 = \frac{c}{a} = 5 \end{cases}$$

Ta có:  $z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2 \cdot z_1 \cdot z_2 = 2^2 - 2 \cdot 5 = -6$ .

**Câu 34:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x + 1$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; -1)$ .                      B.  $(-\infty; 1)$ .                      C.  $(-1; +\infty)$ .                      D.  $(1; +\infty)$ .

**Lời giải**

Ta có:  $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x+1 < 0 \Leftrightarrow x < -1$ .

Vậy hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$ .

**Câu 35:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1;2;3)$ . Phương trình của mặt cầu tâm  $A$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $x-2y+2z+3=0$  là

**A.**  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2$ .

**B.**  $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 2$ .

**C.**  $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 4$ .

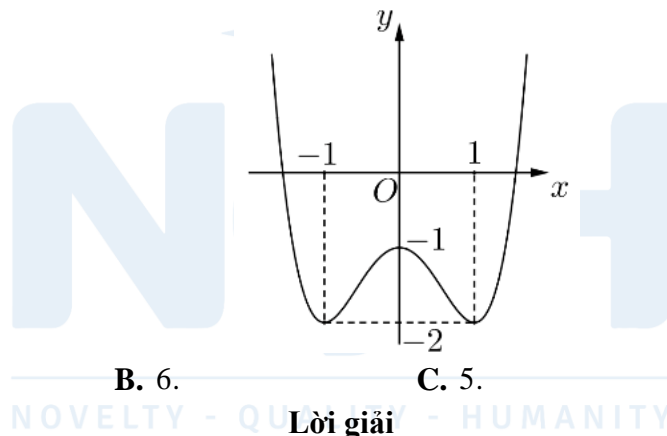
**D.**  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$ .

**Lời giải**

Mặt cầu tâm  $A$  tiếp xúc với mặt phẳng đã cho có bán kính  $R = \frac{|1-2.2+2.3+3|}{\sqrt{1+4+4}} = 2$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là:  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$ .

**Câu 36:** Cho hàm số  $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn  $[-2;5]$  của tham số  $m$  để phương trình  $f(x) = m$  có đúng 2 nghiệm thực phân biệt?



**A.** 7.

**B.** 6.

**C.** 5.

**D.** 1.

**Lời giải**

Ta có yêu cầu bài toán tương đương với  $\begin{cases} m = -2 \\ m > -1 \end{cases}$ .

Do  $m \in [-2;5]$  và  $m$  nguyên nên có 7 giá trị  $m$  cần tìm là  $-2, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ .

**Câu 37:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(2;-2;1)$  và mặt phẳng  $(P): 2x-3y-z+1=0$ . Đường thẳng đi qua  $M$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  có phương trình là

**A.**  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

**B.**  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$

**C.**  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$

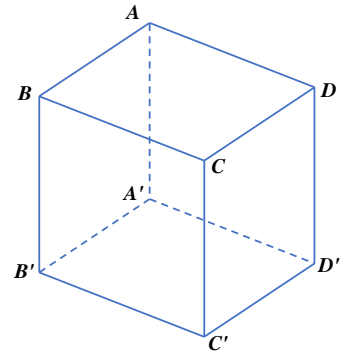
**D.**  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$

**Lời giải**

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  có véc tơ chỉ phương là  $\vec{u} = \vec{n}_{(P)} = (2; -3; -1)$ .

Đường thẳng đi qua  $M$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  có phương trình là  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$

**Câu 38:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng 3 (tham khảo hình bên dưới). Khoảng cách từ  $B$  đến mặt phẳng  $(ACC'A')$  bằng

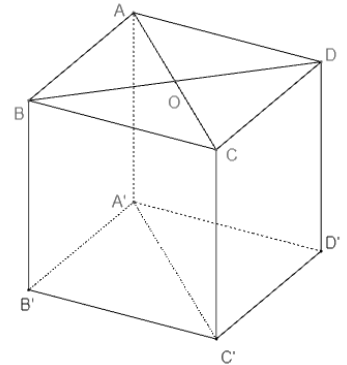


- A. 3.
- B.  $3\sqrt{2}$ .
- C.  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ .**
- D.  $\frac{3}{2}$ .

**Lời giải**

Gọi  $O$  là tâm hình vuông  $ABCD$ .  
Do  $ABCD$  là hình vuông nên  $BD \perp AC$  tại  $O$ .  
Do  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình lập phương nên  
 $AA' \perp (ABCD) \Rightarrow AA' \perp BD$ .  
 $\Rightarrow BO \perp (ACC'A')$  tại  $O \Rightarrow$

$$d(B; (ACC'A')) = BO = \frac{1}{2}BD = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$



**Câu 39:** Có bao nhiêu số nguyên dương  $a$  sao cho với mỗi  $a$  có đúng hai số nguyên  $b$  thỏa mãn  $(3^b - 3)(a \cdot 2^b - 16) < 0$

- A. 34.
- B. 32.
- C. 31.
- D. 33.**

**Lời giải**

TH1:  $a = 1 \Rightarrow (3^b - 3)(2^b - 16) < 0$ .

Nếu  $b \leq 1$  hoặc  $b \geq 4$  không thỏa mãn bpt và  $b \in \{2; 3\}$  thỏa mãn.

Vậy  $a = 1$  thỏa mãn.

TH2:  $a = 2 \Rightarrow (3^b - 3)(2 \cdot 2^b - 16) < 0 \Leftrightarrow (3^b - 3)(2^{b+1} - 16) < 0$ .

Nếu  $b \leq 1$  hoặc  $b \geq 3$  không thỏa mãn bpt và  $b = 2$  thỏa mãn.

Vậy  $a = 2$  không thỏa mãn.

TH3:  $a = 3 \Rightarrow (3^b - 3)(3 \cdot 2^b - 16) < 0$ .

Nếu  $b \leq 1$  hoặc  $b \geq 3$  không thỏa mãn bpt và  $b = 2$  thỏa mãn.

Vậy  $a = 3$  không thỏa mãn.

TH4:  $a > 3$ .

Ta cần tìm  $a$  để bpt  $(3^b - 3)(a \cdot 2^b - 16) < 0$  có 2 nghiệm  $b$ .

- Nếu  $b \geq 3 \Rightarrow (3^b - 3)(a \cdot 2^b - 16) \geq 24 \cdot (3 \cdot 8 - 16) > 0$  không thỏa mãn bpt.

- Nếu  $b = 2 \Rightarrow (3^b - 3)(a \cdot 2^b - 16) \geq 6(4a - 16) \geq 0$  không thỏa mãn bpt.

- Nếu  $b = 1$  không thỏa mãn.

- Nếu  $b < 1 \Rightarrow (3^b - 3) < 0$ . BPT tương đương  $a \cdot 2^b - 16 > 0$ .

Hay  $a > \frac{16}{2^b}$  có hai nghiệm  $b$  suy ra  $33 \leq a \leq 64$ .

Kết hợp lại suy ra có tất cả 33 số nguyên dương  $a$  thỏa mãn.

**Cách 2:**

$$\text{Xét } (3^b - 3)(a \cdot 2^b - 16) = 0. \text{ Do } a \in \mathbb{N}^* \text{ nên } \begin{cases} b = 1 \\ b = \log_2 \frac{16}{a} \end{cases}$$

$$\text{TH1: } \log_2 \frac{16}{a} > 1 \Leftrightarrow a < 8.$$

$$\text{BPT có đúng 2 nghiệm nguyên } b \Leftrightarrow 3 < \log_2 \frac{16}{a} \leq 4 \Leftrightarrow 1 \leq a < 2 \Rightarrow a = 1 \text{ (thỏa mãn).}$$

$$\text{TH2: } \log_2 \frac{16}{a} < 1 \Leftrightarrow a > 8.$$

$$\text{BPT có đúng 2 nghiệm nguyên } b \Leftrightarrow -2 \leq \log_2 \frac{16}{a} < -14 \Leftrightarrow 32 < a \leq 64 \Rightarrow \text{có 32 giá trị } a.$$

Vậy có 33 giá trị của  $a$  thỏa mãn.

**Câu 40:** Cho hàm số  $f(x) = (a+3)x^4 - 2ax^2 + 1$  với  $a$  là tham số thực. Nếu  $\max_{[0;3]} f(x) = f(2)$  thì

$\min_{[0;3]} f(x)$  bằng

A. -9.

B. 4.

C. 1.

**D. -8.**

**Lời giải**

$$\text{Xét hàm } f(x) = (a+3)x^4 - 2ax^2 + 1 \Rightarrow f'(x) = 4(a+3)x^3 - 4ax.$$

Hàm số đạt GTLN tại  $x = 2$  và liên tục trên đoạn  $[0;3]$ .

$$\Rightarrow f'(2) = 0 \Leftrightarrow 32(a+3) - 8a = 0 \Leftrightarrow a = -4.$$

Với  $a = -4$  ta có  $f(x) = -x^4 + 8x^2 + 1$  với  $x \in [0;3]$ .

$$f'(x) = -4x^3 + 16x.$$

$$\text{Cho } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (TM)} \\ x = 2 \text{ (TM)} \\ x = -2 \text{ (L)} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } f(0) = 1, f(2) = 17, f(3) = -8.$$

$$\text{Suy ra } \max_{[0;3]} f(x) = f(2) = 17 \text{ (thỏa mãn giả thiết).}$$

$$\text{Vậy } \min_{[0;3]} f(x) = f(3) = -8.$$

**Câu 41:** Biết  $F(x)$  và  $G(x)$  là hai nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$  và

$$\int_0^2 f(x) dx = F(2) - G(0) + a \quad (a > 0). \text{ Gọi } S \text{ là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường}$$

$y = F(x), y = G(x), x = 0$  và  $x = 2$ , Khi  $S = 6$  thì  $a$  bằng

A. 4.

B. 6.

**C. 3.**

D. 8.

**Lời giải**

$F(x)$  và  $G(x)$  là hai nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$  nên ta có



$\forall x \in \mathbb{R} : F(x) = G(x) + C$  (với  $C$  là hằng số).

Do đó  $F(0) = G(0) + C$  (1).

Lại có  $\int_0^2 f(x) dx = F(2) - F(0)$

$\Leftrightarrow F(2) - G(0) + a = F(2) - F(0) \Leftrightarrow F(0) = G(0) - a$  (2).

Từ (1) và (2) suy ra  $C = -a$ .

Khi đó  $F(x) = G(x) - a, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow |F(x) - G(x)| = a, \forall x \in \mathbb{R}$ .

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = F(x), y = G(x), x = 0$  và  $x = 2$  là

$$S = \int_0^2 |F(x) - G(x)| dx = \int_0^2 a dx = 2a = 6 \Rightarrow a = 3.$$

**Câu 42:** Cho các số phức  $z_1, z_2, z_3$  thỏa mãn  $2|z_1| = 2|z_2| = |z_3| = 2$  và  $(z_1 + z_2)z_3 = 2z_1z_2$ . Gọi  $A, B, C$  lần lượt là các điểm biểu diễn của  $z_1, z_2, z_3$  trên mặt phẳng tọa độ. Diện tích tam giác  $ABC$  bằng

**A.**  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ .

**B.**  $\frac{3}{8}$ .

**C.**  $\frac{3\sqrt{3}}{8}$ .

**D.**  $\frac{3}{4}$ .

**Lời giải**

- Từ giả thiết ta được  $|z_1| = |z_2| = 1$  và  $|z_3| = 2$ .
- Theo giả thiết  $(z_1 + z_2)z_3 = 2z_1z_2 \Rightarrow |z_1 + z_2||z_3| = 2|z_1||z_2| \Rightarrow |z_1 + z_2| = 1$ .
- Từ đẳng thức  $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2) \Rightarrow |z_1 - z_2| = \sqrt{3} \Rightarrow AB = \sqrt{3}$ .
- Theo giả thiết  $(z_1 + z_2)z_3 = 2z_1z_2 \Leftrightarrow (z_1 - z_2)z_3 = 2(z_1 - z_3)z_2$   
 $\Rightarrow |z_1 - z_2||z_3| = 2|z_1 - z_3||z_2|$   
 $\Rightarrow |z_1 - z_3| = \sqrt{3} \Rightarrow AC = \sqrt{3}$ .
- Theo giả thiết  $(z_1 + z_2)z_3 = 2z_1z_2 \Leftrightarrow (z_3 - z_2)z_1 = (z_1 - z_3)z_2$   
 $\Rightarrow |z_3 - z_2||z_1| = |z_1 - z_3||z_2|$   
 $\Rightarrow |z_3 - z_2| = \sqrt{3} \Rightarrow BC = \sqrt{3}$ .

Suy ra tam giác  $ABC$  đều cạnh  $\sqrt{3}$ . Suy ra  $S_{\Delta ABC} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$ .

**Câu 43:** Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ , cạnh bên  $AA' = 2a$ , góc giữa hai mặt phẳng  $(A'BC)$  và  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

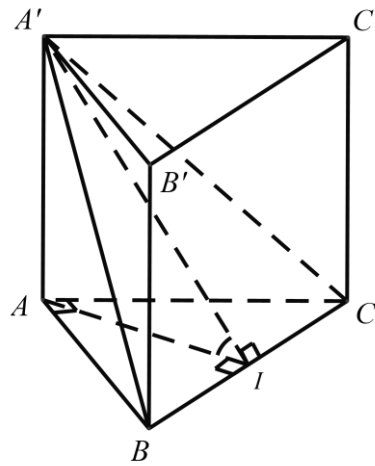
**A.**  $\frac{8}{9}a^3$ .

**B.**  $8a^3$ .

**C.**  $\frac{8}{3}a^3$ .

**D.**  $24a^3$ .

**Lời giải**



Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ .

Ta có: +  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$  nên  $AI \perp BC$

+  $ABC.A'B'C'$  là khối lăng trụ đứng nên  $AA' \perp BC$

suy ra  $BC \perp (AA'I) \Rightarrow BC \perp A'I$ .

Do đó, góc giữa hai mặt phẳng  $(A'BC)$  và  $(ABC)$  bằng góc giữa  $A'I$  và  $AI$ , mà tam giác  $AA'I$  vuông tại  $A$  nên ta có  $AIA'$  là góc nhọn. Suy ra góc giữa hai mặt phẳng  $(A'BC)$  và  $(ABC)$  bằng  $AIA' = 60^\circ$ .

Trong tam giác vuông  $AA'I$ , ta có  $AI = \frac{AA'}{\tan 60^\circ} = \frac{2a}{\sqrt{3}}$ .

$ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$  nên  $BC = 2AI = \frac{4a}{\sqrt{3}}$ ,  $AB = AC = \frac{BC}{\sqrt{2}} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$ .

Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho là  $V = AA' \cdot S_{\Delta ABC} = AA' \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot \left(\frac{2a\sqrt{6}}{3}\right)^2 = \frac{8a^3}{3}$ .

**Câu 44:** Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng  $120^\circ$  và chiều cao bằng 2. Gọi  $(S)$  là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của  $(S)$  bằng

A.  $\frac{16\pi}{3}$ .

B.  $\frac{64\pi}{3}$ .

C.  $64\pi$ .

D.  $48\pi$ .

**Lời giải**

Gọi hình nón đỉnh  $A$ , đường kính đáy hình nón là  $BC$ .

Gọi  $I$  là tâm mặt cầu  $(S)$ .

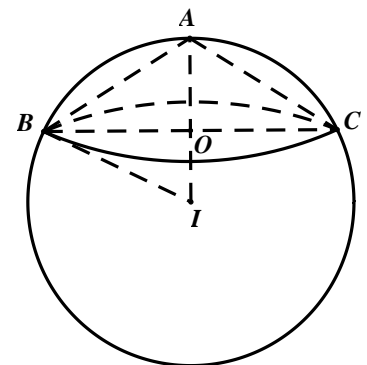
Ta có  $\Delta ABC$  cân tại  $A$  có  $BAC = 120^\circ$  và  $AI \perp BC$  tại  $O$  nên

$BAI = 60^\circ$  suy ra  $\Delta IAB$  đều.

Tam giác  $IAB$  đều và  $OB \perp IA$  tại  $O$  suy ra  $OB$  là đường trung tuyến của  $\Delta IAB$ .

Mà  $OA = 2$  suy ra  $AI = 2OA = 4$ .

Vậy diện tích mặt cầu  $(S)$  là:  $S = 4\pi AI^2 = 64\pi$ .



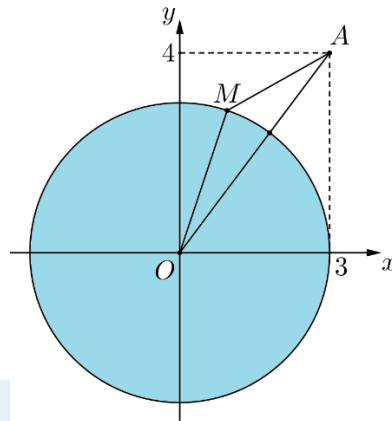
**Câu 45:** Xét tất cả các số thực  $x, y$  sao cho  $8^{9-y^2} \geq a^{6x-\log_2 a^3}$  với mọi số thực dương  $a$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = x^2 + y^2 - 6x - 8y$  bằng

- A.** -21.                      **B.** -6.                      **C.** -25.                      **D.** 39.

**Lời giải**

Ta có:  $8^{9-y^2} \geq a^{6x-\log_2 a^3}, \forall a > 0$   
 $\Leftrightarrow 3(9-y^2) \geq (6x-3\log_2 a)\log_2 a, \forall a > 0$   
 $\Leftrightarrow \log_2^2 a - 2x\log_2 a + 9 - y^2 \geq 0, \forall a > 0$   
 $\Leftrightarrow \Delta' = x^2 + y^2 - 9 \leq 0.$

Gọi  $M(x; y)$  thuộc hình tròn  $(C)$  tâm  $O$ , bán kính  $R = 3$ .



Gọi  $A(3; 4)$ , ta có:  $OA = 5 > R$ . Do đó  $A$  nằm ngoài hình tròn  $(C)$ .

Khi đó:  $P = (x-3)^2 + (y-4)^2 - 25 = MA^2 - 25 \geq (OA - R)^2 - 25 = -21.$

Vậy  $\min P = -21$  khi  $O, M, A$  theo thứ tự thẳng hàng.

**Câu 46:** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$ . Biết rằng hàm số  $g(x) = \ln f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	$\ln 12$	$\ln \frac{199}{16}$	$\ln 4$	$+\infty$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f'(x)$  và  $y = g'(x)$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.** (7;8).                      **B.** (6;7).                      **C.** (8;9).                      **D.** (10;11).

**Lời giải**

Từ BBT của  $g(x)$  ta có  $\ln f(x) \geq \ln 4 \Leftrightarrow f(x) \geq 4; \forall x \in R.$

Ta có  $g'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)}.$

Xét phương trình  $f'(x) = g'(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 (*) \\ f(x) = 1 (**) \end{cases}$

Do  $f(x) \geq 4; \forall x \in \mathbb{R}$  suy ra phương trình (\*\*) vô nghiệm.

$$\text{Từ đó suy ra } f'(x) = 0 \Leftrightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2 \\ x = x_3 \end{cases}$$

$$\text{Mặt khác } f'(x) - g'(x) = f'(x) \cdot \left[ 1 - \frac{1}{f(x)} \right].$$

Ta có bảng xét dấu

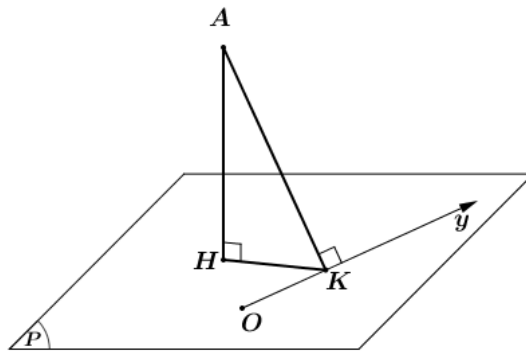
$x$	$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$+\infty$
$f'(x) - g'(x)$	-	0	+	0	-

$$\begin{aligned} \text{Vậy } S &= \int_{x_1}^{x_3} |f'(x) - g'(x)| dx = \int_{x_1}^{x_2} [f'(x) - g'(x)] dx - \int_{x_2}^{x_3} [f'(x) - g'(x)] dx \\ &= [f(x) - g(x)] \Big|_{x_1}^{x_2} - [f(x) - g(x)] \Big|_{x_2}^{x_3} \\ &= 2f(x_2) - f(x_1) - f(x_3) - 2\ln f(x_2) + \ln f(x_1) + \ln f(x_3) \\ &= 2 \frac{199}{16} - 12 - 4 - 2\ln \frac{199}{16} + \ln 12 + \ln 4 \approx 7,704 \in (7; 8). \end{aligned}$$

**Câu 47:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2;1;1)$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng chứa trục  $Oy$  sao cho khoảng cách từ  $A$  đến  $(P)$  lớn nhất. Phương trình của  $(P)$  là

- A.  $x + z = 0$ .      B.  $x - z = 0$ .      C.  $2x + z = 0$ .      D.  $2x - z = 0$ .

**Lời giải**



Gọi  $H$  và  $K$  lần lượt là hình chiếu của  $A$  trên  $(P)$  và trục  $Oy$ .

Ta có  $d(A, (P)) = AH \leq AK$ . Do đó khoảng cách từ  $A$  đến  $(P)$  lớn nhất khi  $H \equiv K(0;1;0)$ .

Khi đó  $(P)$  đi qua  $K(0;1;0)$  và có một vectơ pháp tuyến là  $\overrightarrow{AK} = (-2;0;-1) = -(2;0;1)$  nên có phương trình là  $2x + z = 0$ .

**Câu 48:** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa  $|z^2| = 2|z - \bar{z}|$  và  $|(z+4)(\bar{z}+4i)| = |z-4i|^2$ .

- A. 4.      B. 2.      C. 1      D. 3.

**Lời giải**

Gọi  $z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}$ .

Ta có:  $|z^2| = 2|z - \bar{z}| \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 4|b|$  (1).

$$|(z+4)(\bar{z}+4i)| = |z-4i|^2 \Leftrightarrow |z+4| \cdot |\bar{z}+4i| = |z-4i|^2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(a+4)^2 + b^2} \cdot \sqrt{a^2 + (b-4)^2} = a^2 + (b-4)^2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a^2 + (b-4)^2} \cdot \left( \sqrt{(a+4)^2 + b^2} - \sqrt{a^2 + (b-4)^2} \right) = 0.$$

+ TH-1:  $\sqrt{a^2 + (b-4)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=4 \end{cases}$  thỏa (1).

Vậy  $z = 4i$ .

+ TH-2:  $\sqrt{(a+4)^2 + b^2} - \sqrt{a^2 + (b-4)^2} = 0 \Leftrightarrow a = -b$ .

Thay vào ta được (1):

$$2b^2 - 4|b| = 0 \Leftrightarrow |b| = 0 \vee |b| = 2.$$

Với  $|b| = 0 \Leftrightarrow b = 0 \Rightarrow \begin{cases} b=0 \\ a=0 \end{cases} \Rightarrow z = 0$ .

Với  $|b| = 2 \Leftrightarrow b = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} b=2 \\ a=-2 \end{cases} \vee \begin{cases} b=-2 \\ a=2 \end{cases} \Rightarrow z = -2 + 2i \vee z = 2 - 2i$ .

Kết luận: có 4 số phức  $z$ .

**Câu 49:** Có bao nhiêu số nguyên dương của tham số  $m$  để hàm số  $y = |x^4 - mx^2 - 64x|$  có đúng 3 điểm cực trị?

A. 23.

B. 12.

**C. 24.**

D. 11.

**Lời giải**

Xét hàm số  $g(x) = x^4 - mx^2 - 64x$ ;  $g'(x) = 4x^3 - 2mx - 64$ ; có  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$ .

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x^3 - mx - 64 = 0 \end{cases} \Rightarrow g(x) = 0 \text{ có ít nhất 2 nghiệm phân biệt.}$$

Do đó hàm số  $y = |g(x)|$  có đúng 3 điểm cực trị  $\Leftrightarrow$  hàm số  $y = g(x)$  có đúng 1 cực trị  $\Leftrightarrow g'(x)$  đổi dấu đúng 1 lần (\*).

Nhận xét nếu  $x = 0 \Rightarrow g'(0) = -64 < 0 \Rightarrow g(x)$  không có cực trị (hay  $x = 0$  không thỏa mãn).

Nên  $g'(x) = 0 \Leftrightarrow m = 2x^2 - \frac{32}{x}$ . Đặt  $h(x) = 2x^2 - \frac{32}{x}$ .

Có  $h'(x) = 4x + \frac{32}{x^2} = \frac{4(x^3 + 8)}{x^2}$ ;  $h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2$ .

Bảng biến thiên

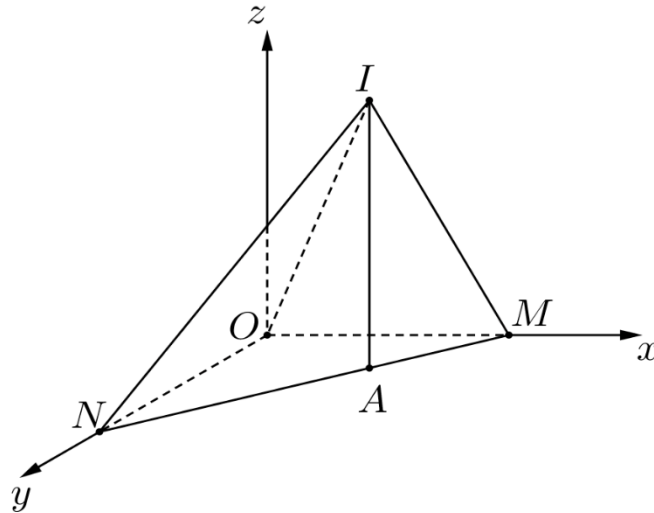
$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$+\infty$
$h'(x)$	$-$	$0$	$+$	$+$
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$+\infty$
		$24$		$-\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra (\*)  $\Leftrightarrow m \leq 24$ .

Kết hợp với điều kiện  $m$  nguyên dương suy ra  $m \in \{1; 2; 3; \dots; 24\}$ .

- Câu 50:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  tâm  $I(1; 4; 2)$ , bán kính bằng 2. Gọi  $M, N$  là hai điểm lần lượt thuộc hai trục  $Ox, Oy$  sao cho đường thẳng  $MN$  tiếp xúc với  $(S)$ , đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $OIMN$  có bán kính bằng  $\frac{7}{2}$ . Gọi  $A$  là tiếp điểm của  $MN$  và  $(S)$ , giá trị  $AM \cdot AN$  bằng
- A.  $9\sqrt{2}$ .                      B. 14.                      C.  $6\sqrt{2}$ .                      D. 8.

Lời giải



Gọi  $M(a; 0; 0) \in Ox$ ,  $N(0; b; 0) \in Oy$ .

Ta có  $d(I; (Oxy)) = 2 = R$  nên  $(S)$  tiếp xúc với mặt phẳng  $(Oxy)$  tại điểm  $A(1; 4; 0)$  và  $MN$  cũng đi qua  $A$ .

Lại có  $\overrightarrow{AM} = (a-1; -4; 0)$ ,  $\overrightarrow{AN} = (-1; b-4; 0)$  và 3 điểm  $A, M, N$  thẳng hàng nên ta được:

$$\frac{a-1}{-1} = \frac{-4}{b-4} \Leftrightarrow (a-1)(b-4) = 4 \quad (1).$$

Tứ diện  $OIMN$  có  $IA \perp (OMN)$  và  $\Delta OMN$  vuông tại  $O$  nên nếu gọi  $J$  là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $OIMN$  thì  $J \in (IMN)$ .

Suy ra bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $OIMN$  bằng bán kính đường tròn ngoại tiếp  $\Delta IMN$ .

Ta có  $S_{\Delta IMN} = \frac{IM \cdot IN \cdot MN}{4r}$  (với  $r = \frac{7}{2}$  bán kính đường tròn ngoại tiếp  $\Delta IMN$ ).

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} IA \cdot MN = \frac{IM \cdot IN \cdot MN}{4 \cdot \frac{7}{2}} \Leftrightarrow IM \cdot IN = 7IA \Leftrightarrow IM \cdot IN = 14$$

$$\Leftrightarrow [(a-1)^2 + 20][[(b-4)^2 + 5]] = 196 \quad (2).$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} m = a-1 \\ n = b-4 \end{cases}.$$

Từ (1) và (2) ta có hệ 
$$\begin{cases} mn = 4 \\ (m^2 + 20)(n^2 + 5) = 196 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = \frac{4}{m} \\ (m^2 + 20)\left(\frac{16}{m^2} + 5\right) = 196 \end{cases} \quad (3)$$

Từ (4) ta được:  $(m^2 + 20)(16 + 5m^2) = 196m^2$

$$\Leftrightarrow 5m^4 - 80m^2 + 320 = 0 \Leftrightarrow m^2 = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2\sqrt{2} \\ m = -2\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = \sqrt{2} \\ n = -\sqrt{2} \end{cases}$$

Suy ra  $\begin{cases} a = 1 + 2\sqrt{2}, b = 4 + \sqrt{2} \\ a = 1 - 2\sqrt{2}, b = 4 - \sqrt{2} \end{cases}$ . Vậy  $AM \cdot AN = 6\sqrt{2}$ .

